

摘要

在超音波影像的領域中，血流速度的定量計算主要受限於都卜勒方法只能計算出與探頭髮射方向平行的速度分量，本文之重點即在研究以相關函數法計算橫向速度之可行性。而在實驗與模擬的結果中，我們發現嘗試以利用相關係數的方法來求取血流的速度資訊，僅在流速分佈為常速的情況下可行，而在流速分佈並非常速的情況下將遭遇無法克服的困難；同時在本文中我們也將討論速度的分佈對於傳統軸向流速計算將有何影響。

本文依下列順序排列：在第一章裡，介紹超音波影像的應用與其基本原理和都卜勒影像的先天限制；第二章則是介紹如何利用相關係數來計算血流的橫向速度，並討論與相關係數的計算有關的問題；第三章的內容主要是將第二章的理論應用到速度的分佈不是常速的情況下，將結果與第二章的結果做比較，並探討和速度分佈相關的議題。

Abstract

The quantitative estimation of the blood flow velocity in ultrasound imaging is mainly restricted by the fact that only the velocity component parallel to the axial direction could be extracted when Doppler based techniques are taken. The use of decorrelation due to lateral motion may be one way to compute the velocity vector and to acquire quantitative flow information. Based on both simulation and experiments, the decorrelation-based lateral velocity estimation algorithm is feasible only when the velocity is constant. However the velocity variation within a sample volume would lead to un-recoverable loss. The velocity variations also result in errors in axial velocity estimation.

The paper is organized as follows. Chapter 1 includes an introduction to principles of ultrasound imaging, and color Doppler imaging. In Chapter 2, the decorrelation-based algorithm is introduced, and related issues about the correlation function are discussed. Experiments are also conducted to test efficacy of the algorithm. In Chapter 3, the decorrelation-based algorithm is tested in the presence of velocity gradient. The results are compared with those in Chapter 2 with a discussion on issues related to velocity variations.

目錄

| | |
|---------------------------|----|
| 摘要..... | 1 |
| Abstract..... | 2 |
| 目錄..... | 3 |
| 插圖目錄..... | 4 |
| 一、緒論..... | 6 |
| 1-1. 超音波影像應用：..... | 6 |
| 1-2. 超音波信號模型：..... | 8 |
| 1-3. 超音波都卜勒彩色血流影像原理：..... | 10 |
| 1-4. 研究動機：..... | 13 |
| 二、相關係數法求流速..... | 15 |
| 2-1 原理：..... | 15 |
| 2-1-1 橫向速度與相關係數的關係：..... | 15 |
| 2-1-2 相關係數曲線與聲場分佈：..... | 16 |
| 2-1-3 軸向影響的去除：..... | 23 |
| 2-2 相關係數：..... | 25 |
| 2-2-1 相關係數公式..... | 25 |
| 2-2-2 相關係數的平均：..... | 27 |
| 2-3 實驗..... | 29 |
| 2-3-1 實驗設計：..... | 29 |
| 2-3-2 實驗結果：..... | 30 |
| 2-4 結論：..... | 32 |
| 2-5 軸向速度計算誤差來源：..... | 33 |
| 三、速度變異..... | 36 |
| 3-1 簡介：..... | 36 |
| 3-2 模擬:..... | 37 |
| 3-2-1 模擬方法：..... | 37 |
| 3-2-2 模擬結果：..... | 41 |
| 3-3 實驗..... | 47 |
| 3-3-1 實驗方法：..... | 47 |
| 3-3-2 實驗結果：..... | 49 |
| 3-4 討論..... | 59 |
| 四、結論..... | 61 |
| 五、參考文獻..... | 63 |
| 附錄..... | 64 |

插圖目錄

| | |
|----------------------------------|----|
| <fig 1- 1>超音波彩色都卜勒影像..... | 7 |
| <fig 1- 2>都卜勒座標..... | 7 |
| <fig 1- 3>超音波信號頻譜..... | 9 |
| <fig 1- 4>血流信號取樣示意..... | 12 |
| | |
| <fig2- 1>散射體橫向位移與信號之相關性..... | 15 |
| <fig2- 2>超音波資料擷取系統..... | 18 |
| <fig2- 3>超音波聲場擷取設定..... | 18 |
| <fig2- 4>超音波仿體實驗設定..... | 19 |
| <fig2- 5>超音波聲場..... | 20 |
| <fig2- 6>超音波聲場截面..... | 20 |
| <fig2- 7>仿體灰階影像..... | 21 |
| <fig2- 8>聲場與相關係數關連性..... | 21 |
| <fig2- 9>散射體移動對相關函數的影響..... | 23 |
| <fig2- 10>cross correlation..... | 25 |
| <fig2- 11>cross correlation..... | 26 |
| <fig2- 12>相關函數內插..... | 26 |
| <fig2- 13>相關係數與橫向位移..... | 28 |
| <fig2- 14>相關係數取樣長度..... | 28 |
| <fig2- 15>仿體實驗示意圖..... | 29 |
| <fig2- 16>實驗結果：軸向速度..... | 30 |
| <fig2- 17>實驗結果：相關係數..... | 30 |
| <fig2- 18>laminar flow..... | 33 |
| <fig2- 19>散射強度分佈..... | 34 |
| <fig2- 20>軸向速度的誤差..... | 35 |
| | |
| <fig3- 1>velocity gradient..... | 36 |
| <fig3- 2>模擬示意圖-1..... | 37 |
| <fig3- 3>模擬示意圖-2..... | 38 |
| <fig3- 4>模擬示意圖-3..... | 39 |
| <fig3- 5>模擬示意圖-4..... | 39 |
| <fig3- 6>模擬流程圖..... | 40 |
| <fig3- 7>模擬結果：軸向速度與相關係數..... | 41 |
| <fig3- 8>模擬結果：軸向速度與相關係數..... | 41 |
| <fig3- 9>模擬結果：速度與相關係數之標準差..... | 42 |
| <fig3- 10>模擬結果：速度與相關係數之標準差..... | 42 |

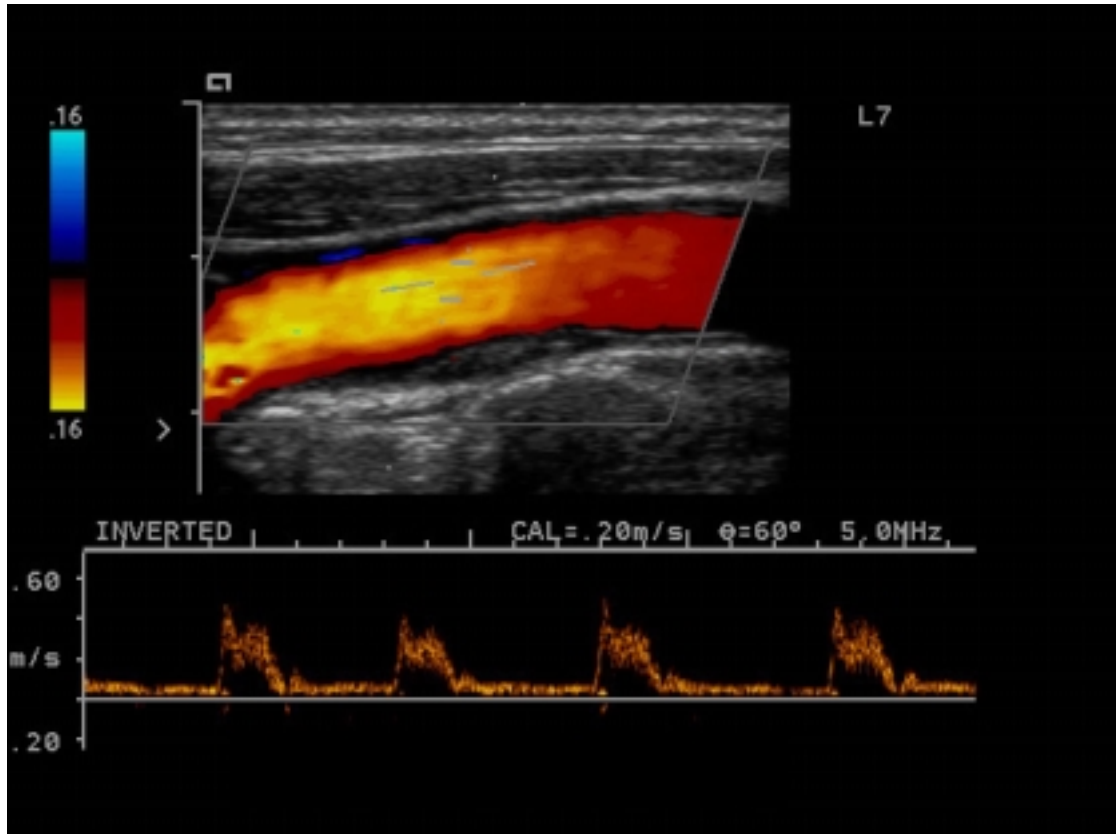
| | |
|----------------------------------|----|
| <fig3- 11>速度分佈的異常 | 44 |
| <fig3- 12>速度變異的理論值與量測值 | 46 |
| <fig3- 13>血流仿體實驗 | 47 |
| <fig3- 14>實驗結果：速度與相關係數 | 49 |
| <fig3- 15>實驗結果：速度與相關係數之標準差 | 49 |
| <fig3- 16>散射體間相對位移 | 53 |
| <fig3- 17>模擬結果：時間對相關係數的影響 | 53 |
| <fig3- 18>擾流對軸向速度量測之影響 | 56 |
| <fig3- 19>擾流對相關係數量測之影響-1 | 57 |
| <fig3- 20>擾流對相關係數量測之影響-2 | 57 |
| <fig3- 21>信號強度 | 58 |

一、緒論

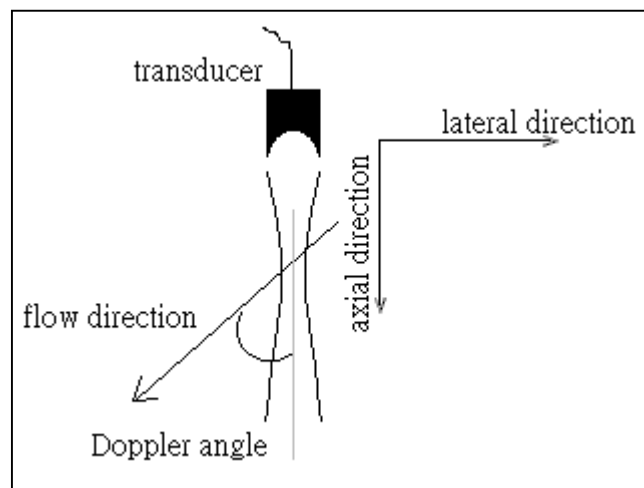
1-1. 超音波影像應用：

超音波影像具有非侵入性及即時等特性，而其中利用都卜勒原理的超音波都卜勒血流影像可以標示出具有速度的血管或組織的位置，並求得血流的速度，以彩色的方式表現在二維的影像上<fig.1-1>，圖中為頸動脈影像，不同的色彩亮度代表流速的大小。血流影像對於心臟、血管及肝腎功能等疾病的診斷與治療有極重要的意義，由於血液對於超音波的散射信號和一般組織相比較弱，因此如果僅利用 B mode（超音波灰階）影像（如<fig.1-1>中血流影像的背景），將不容易分辨出血管的位置，更不可能利用其速度的大小或分佈來判斷是否有異於正常，而利用超音波都卜勒彩色影像，將能夠較清楚的定義出血管的位置、範圍，以及血流的速度與分佈情形，這對於相關疾病的判斷有決定性的影響[1][2]。

而利用都卜勒原理所計算而得的血流速度也擁有都卜勒原理的限制，也就是它僅能得到和觀測方向（軸向（axial direction））平行的速度分量<fig.1-2>，如果想要定量的得到血液的流速，就必須知道橫向的速度分量或者是血流速度的方向與軸向之間的夾角(Doppler angle)，才能將血流真正的速度計算出來。這方面的研究也有許多相關的結果，但由於空間或者是速度的準確度、系統複雜度等問題，使得在商用系統中，仍是以顯示軸向速度的規格為主。



<fig 1- 1>超音波彩色都卜勒影像(取自 www.acuson.com)



<fig 1- 2>都卜勒座標

1-2. 超音波信號模型：

首先介紹在超音波系統中常用到的模型及術語，利用超音波來獲取影像資訊的主要原理是，先利用探頭髮射一個短脈波，當這個脈波向前傳遞時遇到不同的組織或血液，便會依照該組織散射信號的能力而傳回強弱不同的信號，同樣的探頭將傳回來的壓力波轉換為電訊號後以不同的亮度表示，將鄰近位置的一條條信號排在一起，便成為一張超音波灰階影像。

以上是最簡要的原理簡介，在實際應用時，由於發出的脈波不可能是無限短的脈波，為了得到軸向與橫向較好的解析度，必須做聚焦、降頻等動作，假設探頭（系統）所發出的脈波為：

$$a(t) * \cos(\omega_0 t)$$

其中 ω_0 是探頭中心頻率， $a(t)$ 是用來決定發射脈波長度的時間函數，最理想的 $a(t)$ 是 delta function，在實際應用時則依照系統的不同而有不同的長度及形狀。

而接收回來的信號則是發射信號與散射體分佈函數的旋積 (convolution)，其結果可表示為：

$$A(t) * \cos(\omega_0 t)$$

由於其中 $\cos(\omega_0 t)$ 和散射體的情況並沒有關係，而只是探頭的特性，因此需將此載波去除，一般使用的方法是，先將接收信號乘上與信號中心頻率相同的指數函數：

$$e_1(t) = A(t) * \cos(\omega_0 t) * e^{-j\omega_0 t}$$

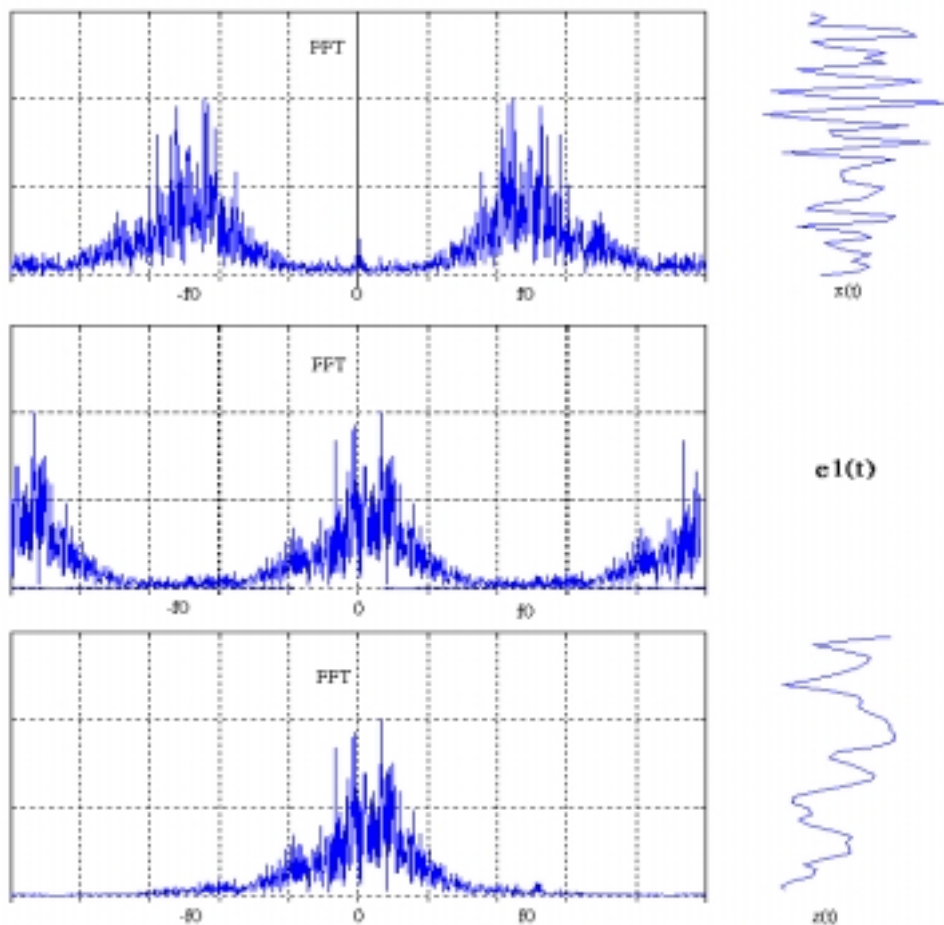
由於接收信號的中心頻率與設定之間可能有誤差，因此我們用 ω_0' 來表示指數函數的中心頻率。

這樣做的結果在頻譜上的作用相當於將所有頻率的成分往負方向移動 ω_0' 的大小，之後對信號作低通濾波：

$$e_2(t) = LPF\{e_1(t)\}$$

便可以將原來的 $A(t)*\cos(\omega_0 t)$ 改變成 $A(t)*\exp(j[\omega_0 - \omega_0']t)$ 而這樣的信號稱為基頻信號 (baseband signal)，只要取其絕對值即可將載波去除，在量測血液流速時，我們則是利用基頻信號的相位來做速度的計算。

<fig.1-3>中，上圖表示原始接收信號及其頻譜，圖中為信號乘上指數的頻譜，下圖則為最後經低通濾波的結果。



<fig 1- 3>超音波信號頻譜

1-3. 超音波都卜勒彩色血流影像原理：

接下來將介紹利用超音波量測血液流速的原理：

前面所介紹的是超音波灰階影像的原理，而為了得到血液的流速，在同一個位置上就必須發射一次以上的脈波，〈fig.1-4〉為二維之都卜勒彩色影像，為了得到此影像中的一列，即必須以許多次發射的結果共同運算，而每次發射之間的時間間隔稱為 PRI (pulse repetition interval)，假設第 i 次發射後探頭所接收到的信號為 $x_i(t)$ ($x_i(t)$ 為經過降頻之 baseband 信號)，則對於某特定深度而言， t 設為定值 T ：

$$d(i) = A(T + T_i) * \exp(j[(\omega_0 - \omega_0')T + \theta_i])$$

其中 θ_i 和 T_i 的存在是因為血流隨著發射的次數 i ，在軸向的移動所造成的，而由於 $A(t)$ 對於 T_i 這樣小的時間偏移（以一般的取樣設定：PRI=200 μ s.、軸向流速為 50cm/sec.，則 T_i 的大小約為 0.13 μ s.），在信號上幾乎沒有任何變化，因此在計算時我們將他忽略，而 θ_i 在 ω_0 的中心頻率下，可以表示為：

$$\begin{aligned}\theta_i &= i * \frac{2 * v_{axial} * PRI}{sound_velocity} * 2\pi f_0 \\ &= i * \omega_d * PRI\end{aligned}$$

其中 ω_d 即為都卜勒頻率偏移的大小：

$$\omega_d = \omega_0 * \frac{2 * v_{axial}}{sound_velocity}$$

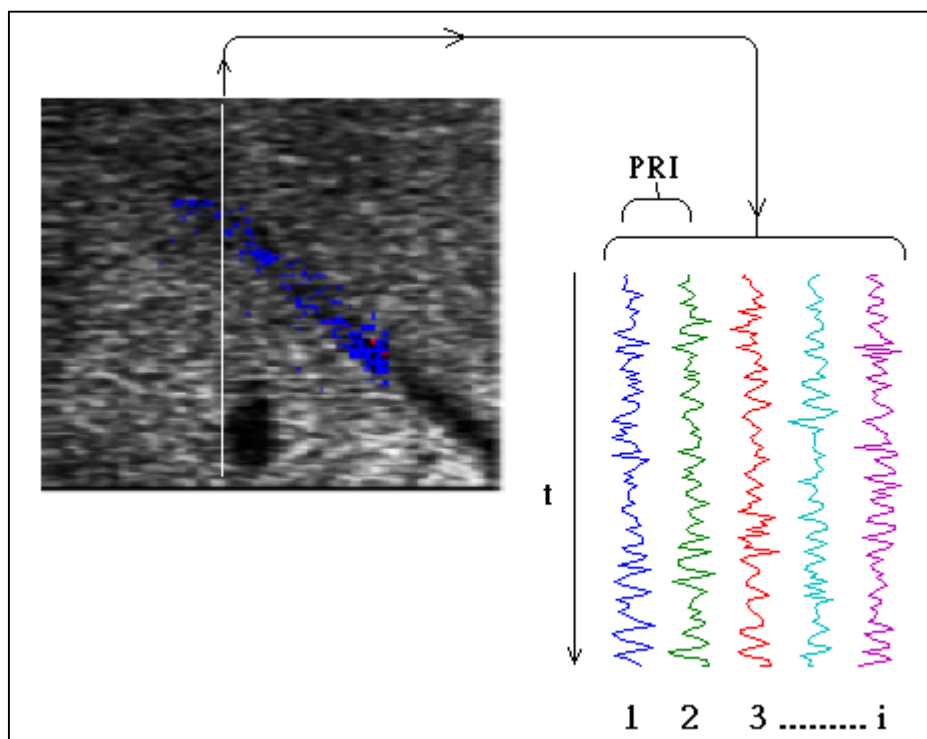
將 θ_i 的結果代入 $d(i)$ 中，並將常數項設為 k ：

$$\begin{aligned}
d(i) &= A(t + T_i) * \exp(j(\omega_0 - \omega_0')T + \theta_i) \\
&= A(t) * \exp\{j[(\omega_0 - \omega_0')T + i * \omega_d * PRI]\} \\
&= A(t) * \exp[jk + j\omega_d(i * PRI)]
\end{aligned}$$

這個信號的頻率為 ω_d ，也就是說，我們可以利用超音波信號在不同時間所接收到的結果，取同樣的時間延遲(T)以代表某特定深度，計算其頻率(ω_d)並利用以上公式換算後即可得到目標深度的散射體在軸向的速度，依照相同的方法，將空間中某一平面的血流速度計算出來，並以不同的顏色、亮度表示，這樣的影像便稱為超音波彩色都卜勒影像。

在本論文中有關軸向速度的計算皆是利用上述原理，並以 C. Kasai 在 1985 所提出[3]之利用信號之 auto-correlation function 計算 ω_d 以簡化運算量。

在這裡需要注意的是，我們以往所學的都卜勒原理中所指的都卜勒頻率偏移指的和這裡由於不同時間發射所得的信號之間的相位差所求得的頻率並不同，原來的都卜勒頻率偏移量事實上僅需要一次的發射即可求出，但由於這樣的頻率偏移量和信號的中心頻率相比極小，例如 5MHz 的探頭對於軸向 50cm/ sec. 的流速，其都卜勒頻率偏移只有 3kHz 左右，而如果想要有較好的頻率解析度，則取樣的時間將需要很長，在做 FFT 時要有 1kHz 的頻率解析度，取樣時間需要有 1msec.，這樣的取樣時間所代表的，是七十幾公分的取樣範圍，在實際應用上難以找到這麼大範圍的等速區域，因此以原始都卜勒原理，將造成軸向的空間解析度下降，因此為了在適當的成本下以及為了得到良好的軸向空間解析度，上述的計算方法必須被採用。



<fig 1- 4>血流信號取樣示意

1-4. 研究動機：

由於計算血液流速的演算法，往往受限於只能反映出軸向的速度分量，為了要能夠對血液的流速做定量的量測，必須要能夠找出流速的方向或是橫向的速度以修正傳統只能計算出軸向速度的缺點。

在已有的系統中，一個修正流速的方法是：在彩色都卜勒影像完成後，由操作者手動找出血管與軸向的夾角（Doppler angle），配合已求出的軸向速度將真正的血液流速求出，而這樣的方法在血管與軸向夾角接近九十度時，由於軸向的速度分量為零，因此都卜勒影像將無法找到任何速度；或是當因為血管太密集等原因而使血管與軸向的夾角無法由都卜勒彩色影像中讀出時，由操作者手動修正的方法便有其缺陷了。

為能定量血液的流速，近年來，許多利用各種不同原理的流速修正方法已被提出[4]~[10]，但由於準確度與使用時機的限制，使得目前仍未有足以應用的結果，因此我們嘗試探討利用超音波信號間的相關係數會隨目標速度的變化而改變的特性，希望能夠找出足以定量血流速度的演算規則。

本文主要討論主題為相關函數在超音波流速定量量測中的功能，與實際應用中可能遭遇的問題。論文以以下順序排列：在第二章中，我們將介紹如何利用相關係數與目標移動速度之間的關係，將原本利用都卜勒原理所無法量測到的橫向速度部分計算出來，並以仿體的實驗驗證其可行性。接下來第三章則是將目標的速度分佈設定為更加接近人體中血液的情形，也就是將速度隨空間的變異列入考慮的因素中，首先我們將使用模擬的方法以去除系統雜訊及擾流等可能影響計算結果的因素，單純考慮速度在空間中的變化將對相關的速度計算的影響，以探

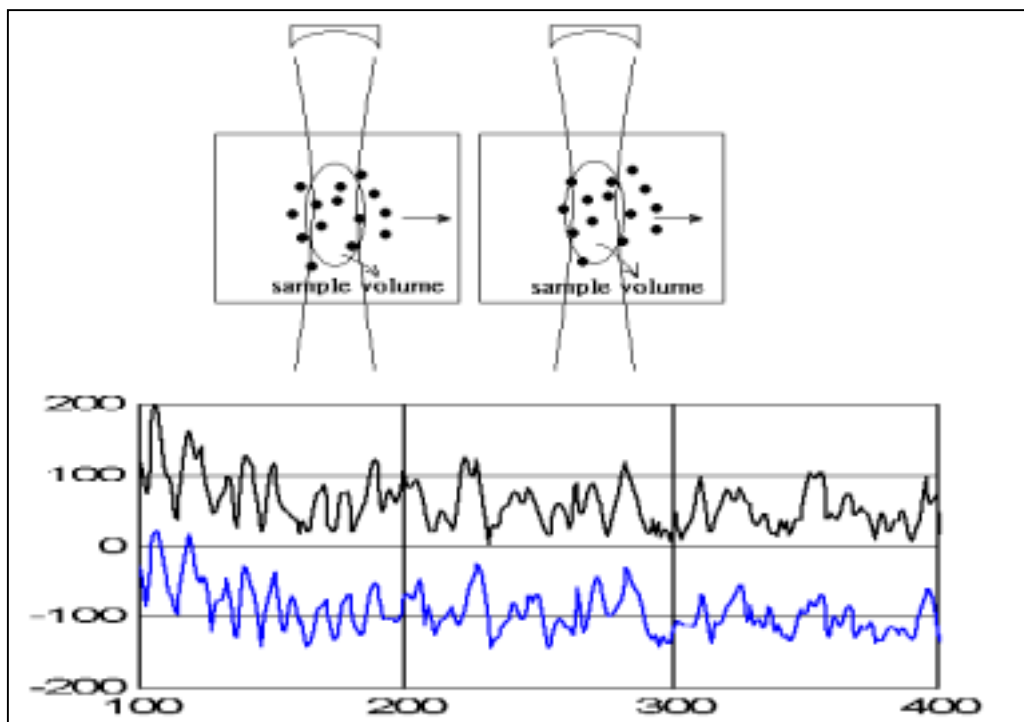
討相關係數在這樣的情況下是否仍足以作為速度定量的參數；接著並以流體的實驗驗證模擬的正確性，以及在系統雜訊及擾流等因素的干擾下，我們對於速度及相關係數等參數的計算將受到何種影響。

二、相關係數法求流速

2-1 原理：

2-1-1 橫向速度與相關係數的關係：

由於超音波信號的空間解析度有限，在一次的取樣中，信號包含了一特定範圍（sample volume）的散射體所共同產生的結果，因此當一群散射體在橫向移動後，由於在超音波取樣空間內的散射體仍有許多重複，因此所產生的信號也將有一定程度的相關性<fig. 2-1>。



<fig2- 1> 散射體橫向位移與信號之相關性

由於在取樣範圍內的散射體有大部分仍是重複的，因此信號看起來相當接近，其相關性仍很高。

2-1-2 相關係數曲線與聲場分佈：

事實上在信號之間的相關程度將隨著重複的部分減少而降低，而降低的程度又和取樣空間的大小與能量強度分佈有關，利用以下的推導[11]我們可以找出相關係數對於散射體橫向位移的降低與探頭的聲場分佈 (psf., point spread function) 之間的關係：

假設超音波系統的聲場具線性及不隨空間變異的特性，則接收的超音波信號將與散射體分佈 (scatterer distribution function) 旋積 (convolution) 表示，也就是

$$s(u) = \int_{-\infty}^{\infty} a(u-u')b(u')du'$$

其中 $s(\cdot)$ 是接收的信號， $a(\cdot)$ 是散射體分佈函數 (scatterer distribution function)， $b(\cdot)$ 是聲場分佈函數 (point spread function)。

所有函數皆為複數且 u 表示三維空間向量 (x, y, z) ，則兩次接收之信號 (s_1, s_2) 間的互相關函數 (cross correlation)， $c(u_1, u_2)$ 為：

$$c(u_1, u_2) \equiv \langle s_1(u_1) s_2^*(u_2) \rangle = \int \int_{-\infty}^{\infty} \langle a(u') a^*(u'') \rangle b_1(u_1 - u') b_2^*(u_2 - u'') du' du''$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示平均 (ensemble average)。

假設取樣範圍內的散射體分佈為均質 (homogeneous)，而平均散射強度為 a_0 ，則散射體的自相關函數 (auto correlation) 為：

$$\langle a(u')a^*(u'') \rangle = a_0^2 \delta(u'-u'')$$

其中 $\delta(\cdot)$ 為三維空間之 Dirac-delta function，則接收信號間的互相關函數可寫成：

$$c(u_1, u_2) = a_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} b_1(u_1 - u') b_2(u_2 - u') du'$$

由於我們假設聲場分佈具線性及不隨空間變異的特性， $b_1(\cdot)$ 和 $b_2(\cdot)$ 僅是彼此在空間上錯開的版本，也就是， $b_1(u) = b(u) = b_2(u - u_0)$ ，所以，接收信號間的互相關函數可寫成：

$$c_{\delta}(u_1 - u_2) \equiv c(u_1, u_2) = a_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} b(u_1 - u') b(u_2 - u') du'$$

由於我們想看的是橫向的位移對相關係數的影響，因此將空間向量 u 設為橫向，則上式即說明了散射體橫向移動前後之信號的相關係數，等同於聲場分佈在橫向的自相關函數。

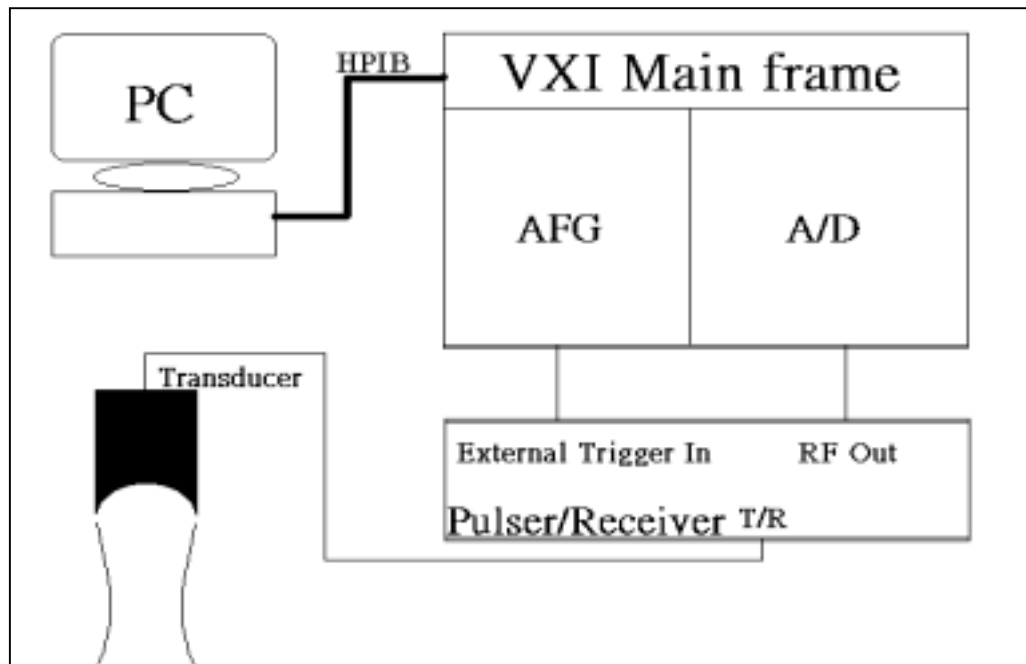
接下來利用實驗驗證相關係數與聲場分佈之間的關係。

實驗設計：

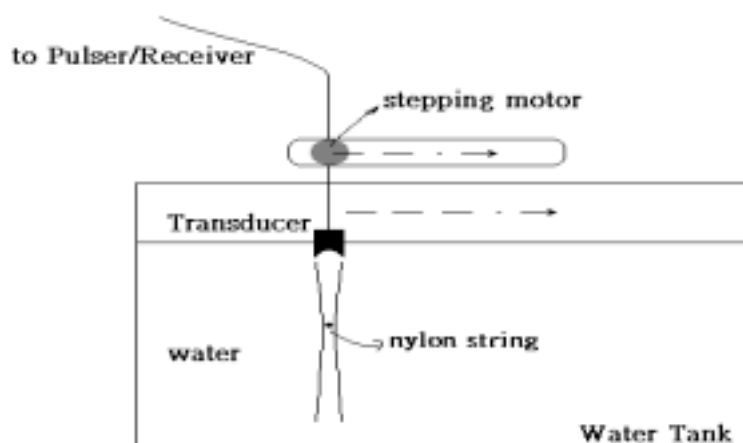
首先是聲場分佈的取得，實驗的架構如<fig. 2-2>所示：由 VXI_AFG(HP E1445A(Arbitrary Function Generator Module, AFG))發出觸發 PULSER/Receiver (Panametrics 5900PR)的信號，再由 DIGITIZER (HP E1429A (20Msample/s. 2-Channel Digitizer))在一定的延遲後以 20MHZ 的取樣頻率擷取一定長度的信號，並經由 GPIB 傳回電腦儲存以做後續的處理，在 PULSER

被觸發之後，會產生一高電壓 pulse 來驅動探頭，使探頭發出超音波。探頭則由三軸步進系統所構成的定位系統作定位。

我們以尼龍線作為反射標的，將尼龍線置於特定深度，在水箱中橫向移動探頭<fig. 2-3>，以取得該深度聲場在橫向的分佈。

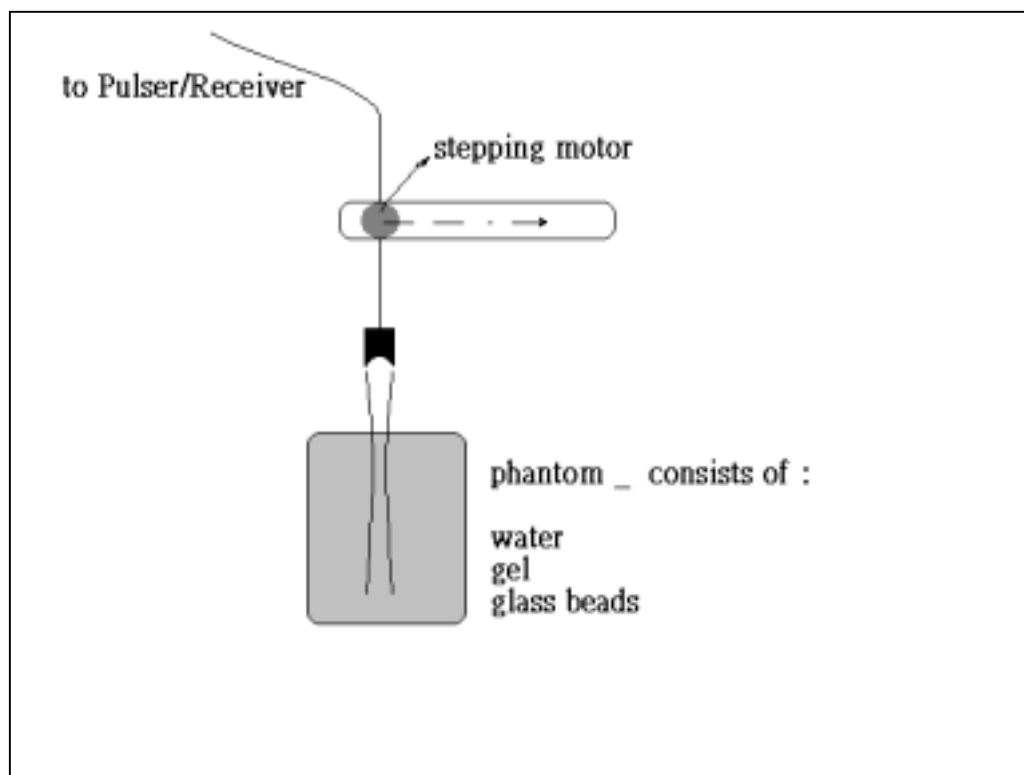


<fig2- 2>超音波資料擷取系統



<fig2- 3>超音波聲場擷取設定

而散射體信號的取得則利用以下架構：探頭與資料擷取部分和前面一樣，而利用三維步進馬達移動探頭的機制亦相同，不同的僅是將尼龍線換為均勻散佈散射體的仿體，仿體的主要成分為洋菜凍，在其中並混合顆粒大小小於 $106\ \mu\text{m}$ 的玻璃珠 (glass beads, SIGMA G-4649) 作為散射體，由於洋菜凍的主成分為水，因此超音波在這個仿體中傳遞幾乎沒有衰減<fig. 2-4>。



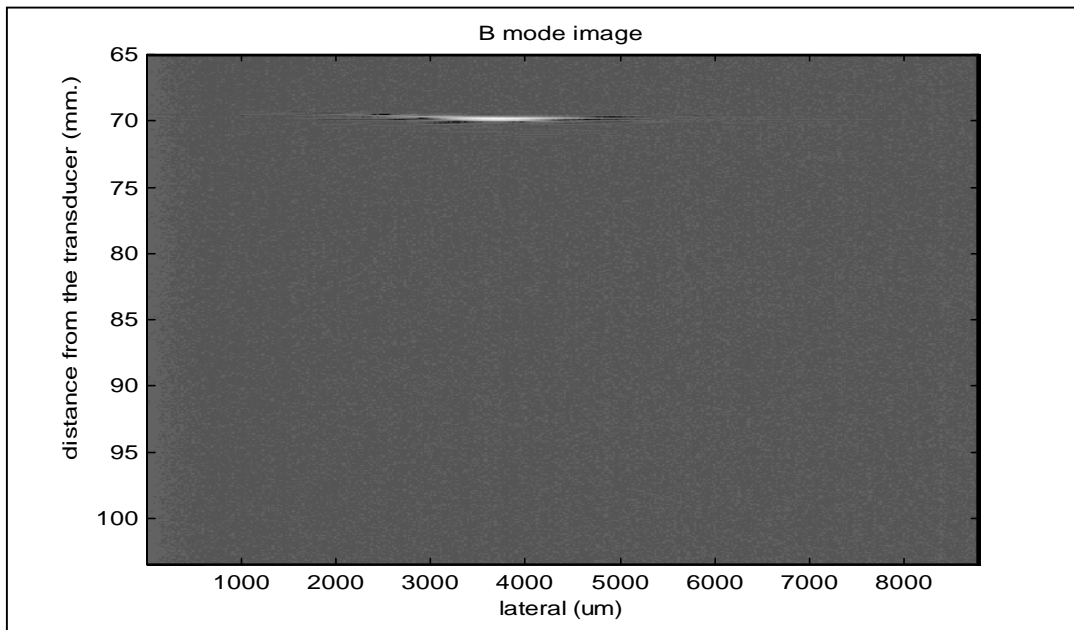
<fig2- 4>超音波仿體實驗設定

結果：

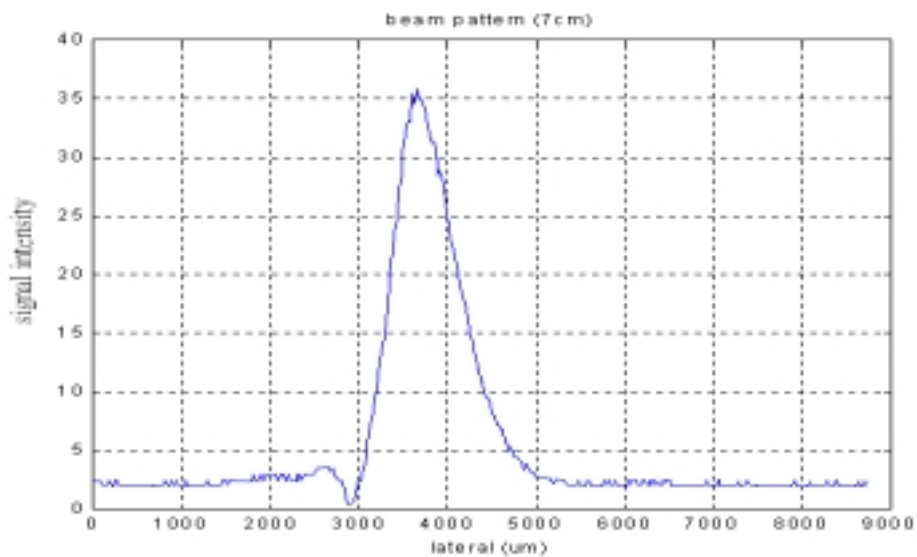
所使用的探頭參數為：圓形聚焦探頭(Panametrics V308)，中心頻率 5MHz，焦距 7 公分，探頭直徑 1.9 公分。

超音波聲場的結果如<fig. 2-5>，找出整個聲場的最大值位

置後，取出該位置橫向各位置強度代表聲場強度，如<fig.2-6>，依照前述取其自相關函數。



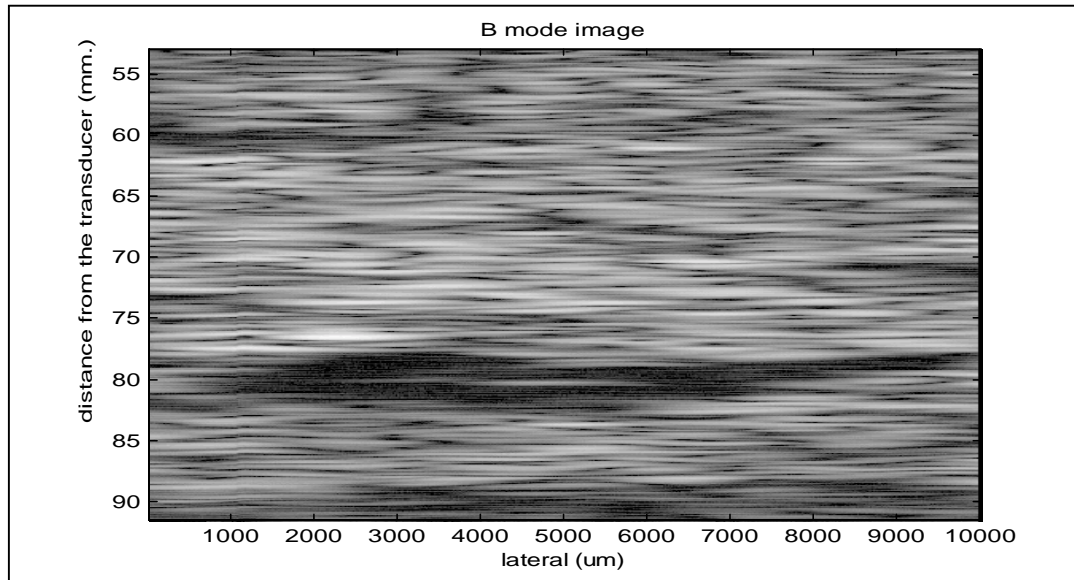
<fig2- 5>超音波聲場



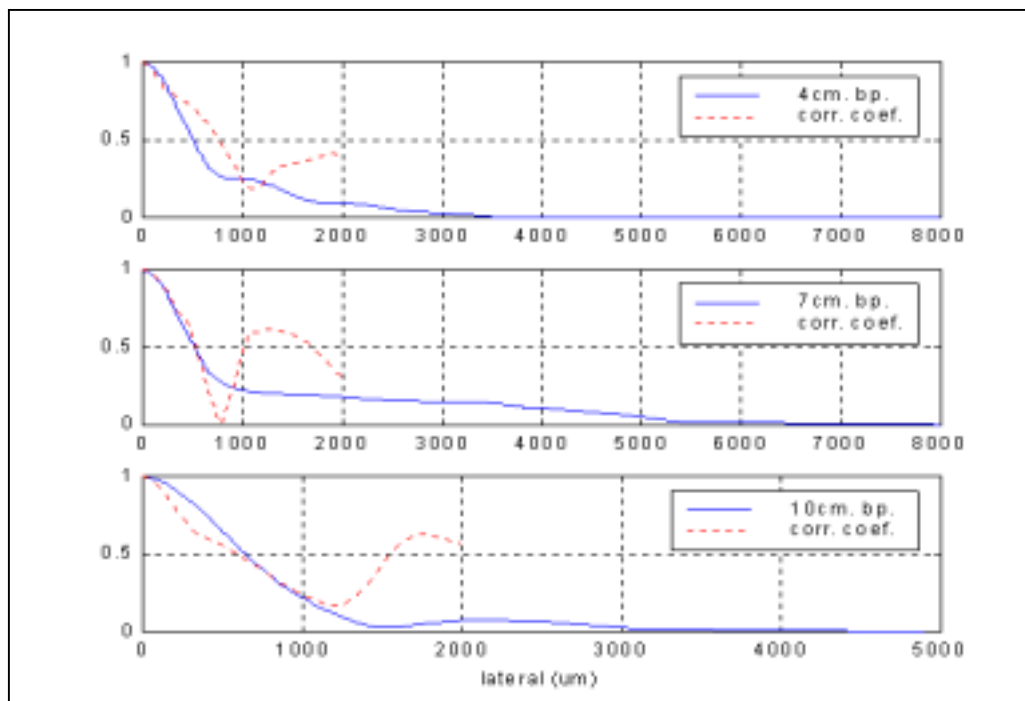
<fig2- 6>超音波聲場截面

而仿體的移動為橫向每步 20 μm ，結果如<fig.2-7>，將移動距離分別為 20 μm 、40 μm 、60 μm 等的超音波信號依照不同

深度取 window size 為 20 點平均後，計算出其相關係數隨移動大小的變化，結果與聲場的自相關函數比較如<fig. 2-8>。



<fig2- 7>仿體灰階影像

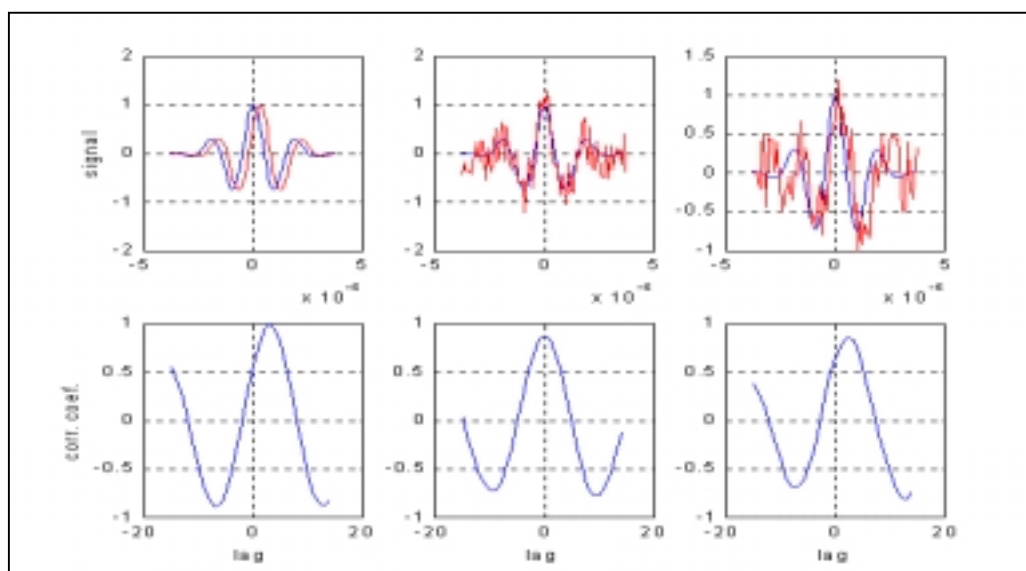


<fig2- 8>聲場與相關係數關連性

虛線為相關係數曲線，實線為聲場分佈的自相關函數，可以看到確如公式推導，在聚焦點由於聲場的變化，散射體橫向的移動所造成的相關係數降低也有不同的程度，其結果也大致符合，非聚焦點誤差較大的一些部分原因可能有：如前面公式的推導，應考慮的聲場分佈應包括聲場在整個三維空間的分佈，而在這裡我們以橫向的聲場分佈做為代表，在焦距附近由於聲場分佈較為均勻，誤差較小，在距離焦距較遠的地方，可能會有較大的誤差。而在實際應用於血流橫向流速的計算時，由血流的速度乘上取樣時間間隔的位移量通常相當小，不會使用到相關係數降的較低的部分。

2-1-3 軸向影響的去除：

前一段文字所討論的是僅有橫向位移時的超音波信號間相關係數的降低，在一般情況下，橫向與軸向的速度是同時存在的，而軸向的速度分量當然也會造成相關係數的變化，本段即是要說明，在軸向的位移不過份大時，軸向速度分量對相關係數所造成的影響，可以利用 cross correlation 的方式去除。首先我們將不同的速度形式對信號與相關係數的影響分開討論，如 <fig. 2-9>:



<fig2- 9> 散射體移動對相關函數的影響

軸向的散射體位移對超音波信號的影響，可視為時間上的延遲，其 cross correlation 曲線與信號對自己的自相關係數(auto correlation) 曲線的不同僅在於延遲，其最大值仍為一；而橫向的位移對超音波信號的影響，在圖上也可明顯的看出來，其在時間軸上並無位移，而僅是波形的改變（當然，當橫向的位移過大時，也有可能造成信號好像在時間軸上的延遲改變的錯

覺)，這樣的變化在互相關係數曲線上的表現，就是曲線最大值的位置不變，仍為零，而最大值降低不再是一；最後來看軸向與橫向速度混合，也就是一般速度方向與探頭方向夾角在零度與九十度間時的情況，在超音波信號上的表現自然如預期為前面兩種情況的總和，也就是信號的外型及時間延遲皆改變，而在互相關係數曲線上所反映出來的，也就是最大值位置的偏移與最大值的降低，由以上的討論可以發現，在做互相關係數曲線時，我們將第一次發射時的一段信號做為基準在第二次發射時的信號中找尋相關係數最大值時，其實就是在假設不同的軸向位移，因為以相同的橫向位移來看，當加入軸向位移後，不管軸向位移的方向為何，都會使相關係數更加降低，我們利用互相關係數找出最大值的方法其實就是在抵銷軸向位移所造成的相關係數降低，因此由互相關係數所找到的最大值所代表的，便是該速度之橫向分量所造成的相關係數降低的結果了，而我們便利用這個結果來反推出在一定的相關係數下所代表的橫向位移量。

2-2 相關係數：

本節討論和相關係數的計算有關的一些問題，如計算的長度、平均的次數等。

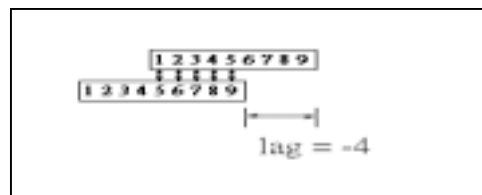
2-2-1 相關係數公式

相關係數的公式如下：

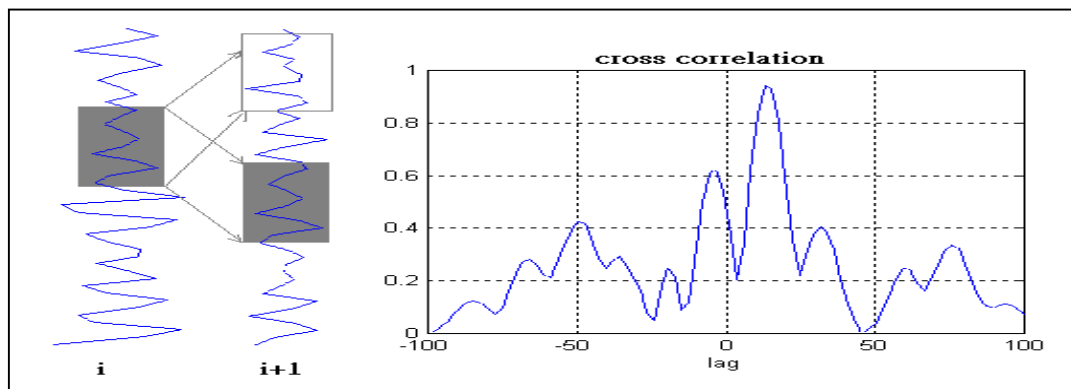
令 $x_i(t)$ 為探頭在某一固定位置所接收的第 i 次信號序列 (i 和 $i+1$ 次相距的時間稱為 PRI)，對於某一深度範圍，對應到信號時間 $t = t_0 \sim t_1$ ，第 i 次和第 j 次發射信號間的相關係數 (correlation coefficient) 計算如下：

$$\frac{\int_{t_0}^{t_1} x_i(t) * x_j^*(t) dt - \mu_{x_i} \mu_{x_j}^*}{\sqrt{(\int_{t_0}^{t_1} x_i(t) * x_i^*(t) dt - \mu_{x_i} \mu_{x_i}^*) * (\int_{t_0}^{t_1} x_j(t) * x_j^*(t) dt - \mu_{x_j} \mu_{x_j}^*)}}$$

為了得到軸向的空間解析度，我們不可能在公式中使用無限長的計算長度，因此必須決定所使用的長度，在一般的計算中，將同樣長度的兩段信號以每次偏移一點的方式，取得在不同偏移量下的相關係數，並依重疊的長度作正規化 <fig. 2-10>，而這樣的作法有可能因為計算的長度不同而使結果產生誤差，因此我們所採用的方法是，擷取第一次發射的一段信號作為基準，在下一次發射的信號中尋找相關係數最大的值 <fig. 2-11>。

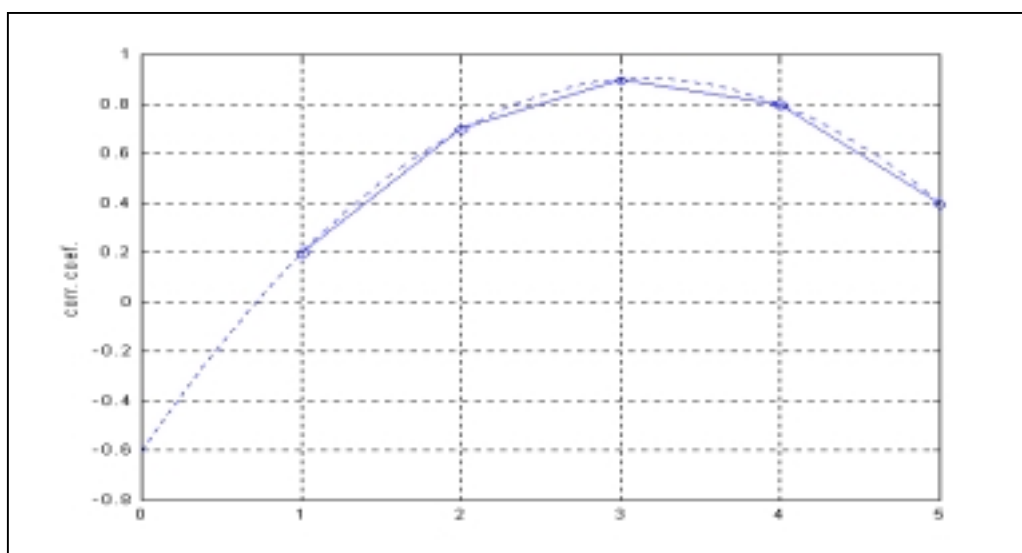


<fig2- 10>cross correlation



<fig2- 11>cross correlation

而由於信號的取樣頻率的限制，為了減少因時間解析度的不足所造成的誤差，我們在求出互相關函數的曲線後，利用二次趨近的方式將較接近真正值的最大值找出<fig. 2-12>，原始所找到的相關係數最大值與二次趨近後之最大值有些微的差異。



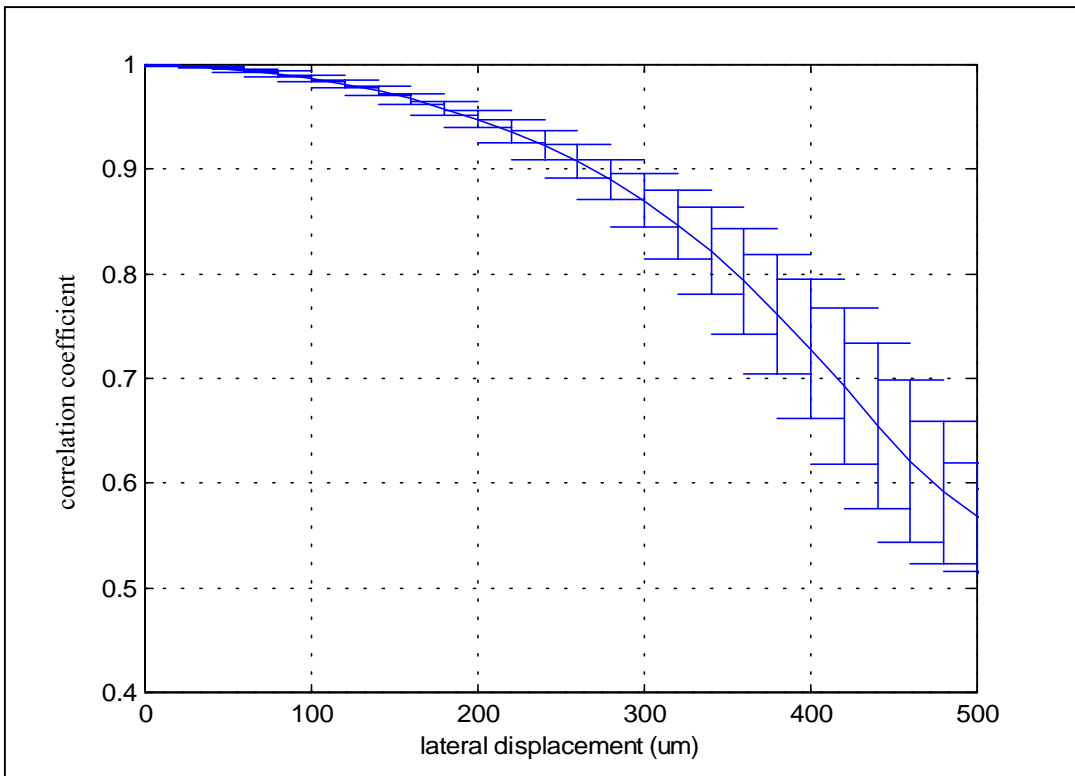
<fig2- 12>相關函數內插

2-2-2 相關係數的平均：[12]

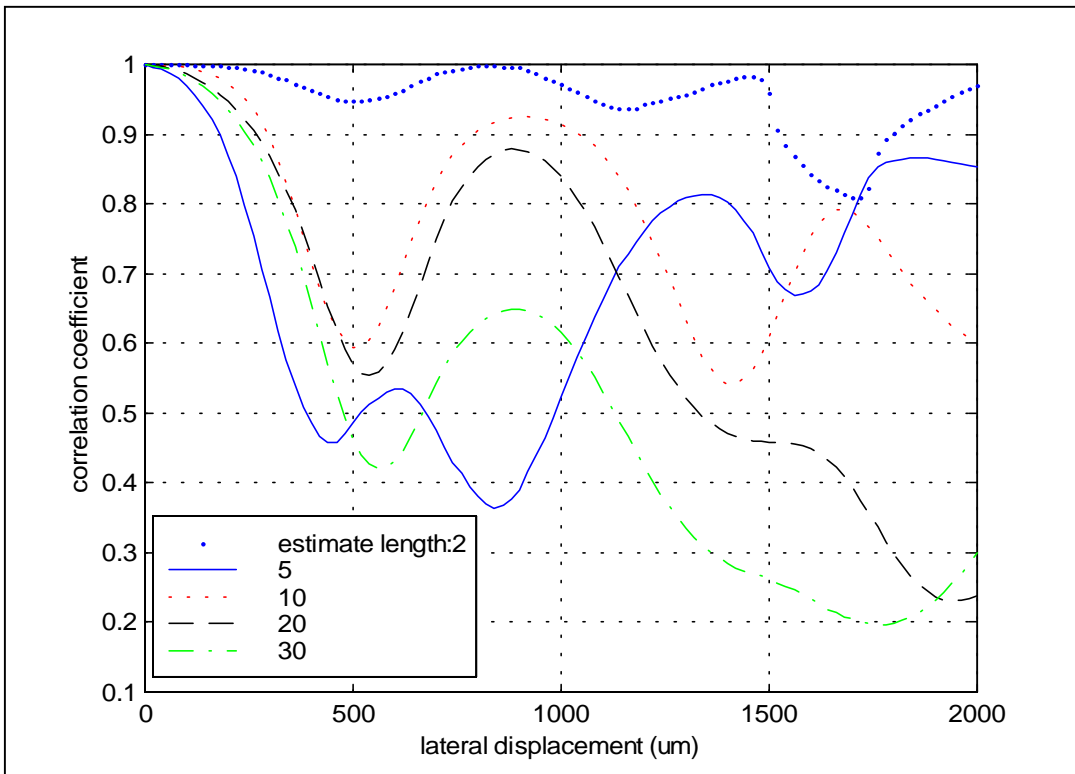
為了得到參考用的相關函數<fig. 2-13>，我們以步進系統移動探頭，使探頭做橫向的移動，掃描一塊模擬組織的仿體，以模擬當散射體橫向移動時，對於超音波信號產生的影響，並以所得到的資料計算信號間的相關函數，所得到的結果如<fig. 2-13>，隨著橫向位移的增加，相關係數也跟著降低。

由圖中也可以看出，相關係數的計算有相當的標準差存在，因此適當的平均是必要的，而這個平均所指的是取多次相關函數曲線的平均，也就是將 1-2, 2-3, 3-4, (1 表示探頭與原始位置相距 1 倍位移、2 表示 2 倍...以此類推)...等組合的相關係數平均作為位移量 1 的相關係數，而將 1-3, 2-4, 3-5, ...等組合的相關係數平均作為位移量 2 的相關係數，依此原則以獲得所有不同位移量之間信號相關係數的計算。

而用來計算相關係數的信號長度，也可視為一種平均，<fig. 2-14> 的結果說明了，不同的平均長度將得到不同的相關係數曲線，除了太短的信號因特徵不足容易有誤差外，過長的取樣範圍將使空間解析度降低，因此在之後的分析中，我們取 20 點的信號作為範圍（約 5 倍波長）。



<fig2- 13>相關係數與橫向位移

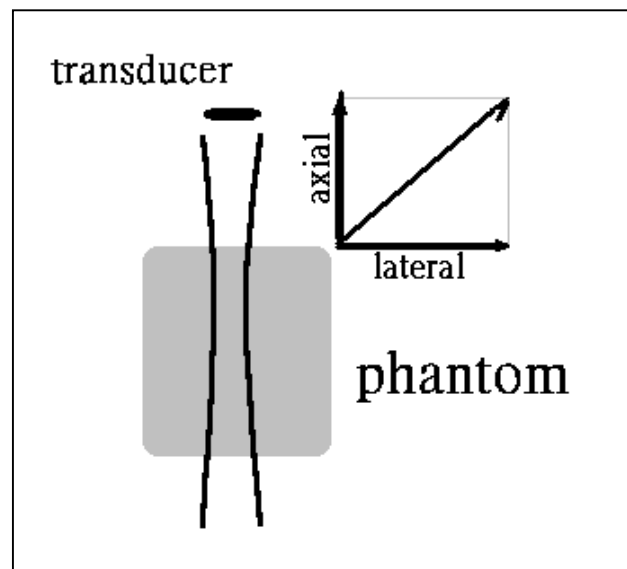


<fig2- 14>相關係數取樣長度

2-3 實驗

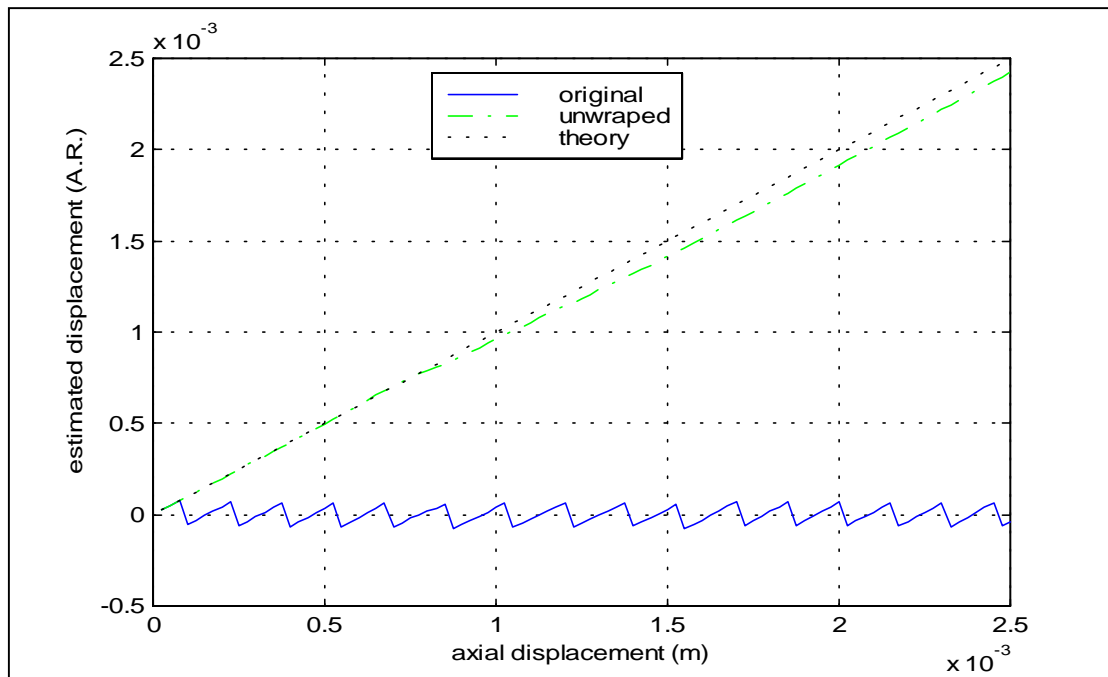
2-3-1 實驗設計：

為了驗證利用相關係數的降低以求取目標速度，我們設計了以下的實驗，系統設定如<fig. 2-2>，然而這時探頭的移動加上軸向的分量，相對來說，相當於探頭固定，而用來模擬散射標的的仿體則向斜上方移動<fig. 2-15>，所使用的探頭仍為 Panametrics V308。取樣頻率為 20MHz。

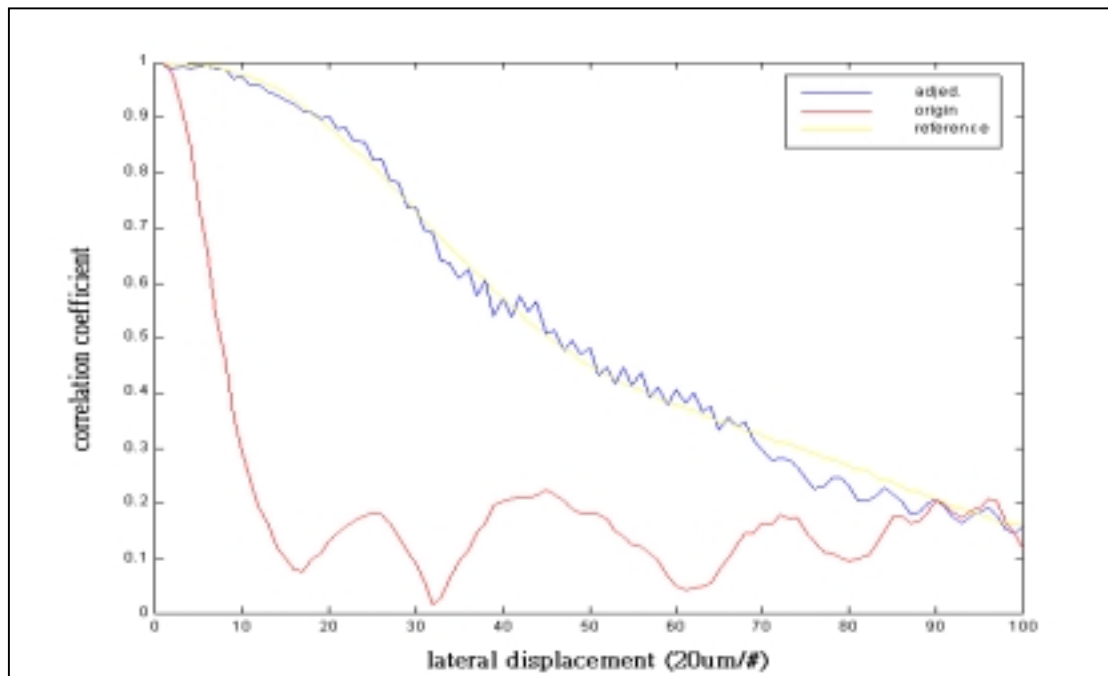


<fig2- 15>仿體實驗示意圖

2-3-2 實驗結果：



<fig2- 16>實驗結果：軸向速度



<fig2- 17>實驗結果：相關係數

軸向的速度利用前面章節所提到之公式求得，在利用 unwrap 的功能將相位角補償之前，速度的計算在超過 Nyquist criteria 之後便有極大的誤差，這也是傳統 auto correlation 的一大限制。相位補償之後我們可以看到所求出來的結果與理論值（也就是實驗的速度設定）極為吻合，在速度較高時計算值與理論值之間開始出現較大的誤差，然而其實該速度已遠超過都卜勒原理原有的限制了（i.e., Nyquist criteria）。誤差的原因是由於較大的軸向速度使得信號不僅在相位角上出現變化，也改變了信號的形狀，而使得利用前述原理所計算出來的速度產生較大的誤差，相關的討論在後面的章節中將有較詳細的介紹(2-5)。

而對於橫向的位移計算，我們也可以看到在使用互相關係數法抵銷軸向速度所造成的相關係數降低前，量到的相關係數值較理論值低，而在利用互相關係數法將軸向速度所造成的相關係數降低除去後，計算而得的相關係數便與理論值吻合，而且不會有求取軸向速度時的限制（i.e., Nyquist criteria）。

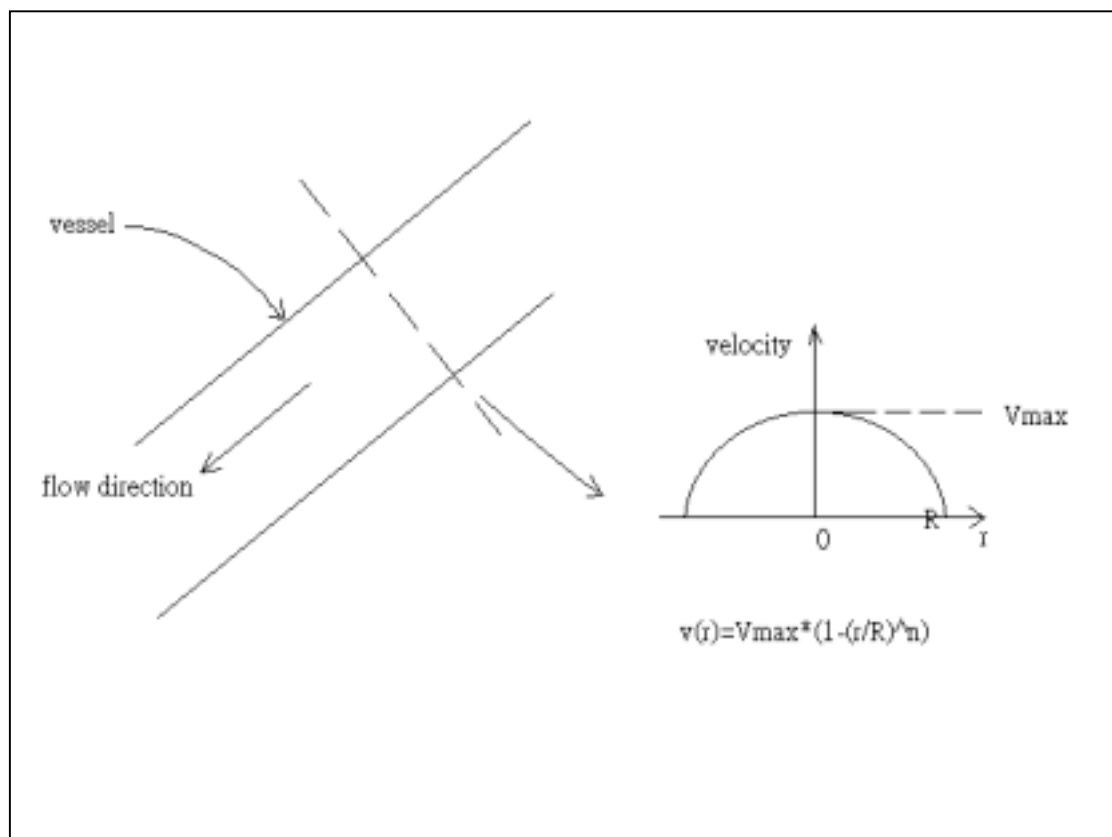
2-4 結論：

由以上的討論、公式推導與實驗結果，我們驗證了在速度分佈為常速（我們利用了仿體來做實驗，由於仿體內各部分散射體之間並沒有相對運動，因此可視為一整群以相同速度移動的散射體，其速度分佈一致）的情況下，利用相關係數的計算的確能夠找出目標物的橫向位移（速度），然而與軸向速度計算相同，適當的平均以取得足以信賴的結果是必須的。參考文獻[13]提出以相關係數降低到某一定值所需要的時間(correlation interval)也能夠作為計算橫向速度的參數，這個方法的優點在於它所受到相關係數變異的影響較少，而缺點是利用這樣的參數在計算時必須不斷重複取樣，直到信號間的相關係數降低到一特定值之後，將增加影像取得所需要的時間，而在人體中由於心搏的影響，血流的速度並非不隨時間改變，過長的擷取時間可能造成錯誤的計算結果。

2-5 軸向速度計算誤差來源：

計算軸向速度時，誤差的來源主要有三項：系統雜訊、速度變異的權重 (weighting) 不同、以及散射體的亂數分佈，除了系統雜訊造成計算的誤差顯而易見外，對於其他兩項造成誤差的原因，以下將分別說明：

首先是速度變異的權重，在一般的情況下，血流的速度分佈並非非常速，在最穩定的情形下，血流速度在血管中的分佈也會有稱為 laminar flow 的結果<fig. 2-18>，流速隨著與血管中心的距離增加而降低；

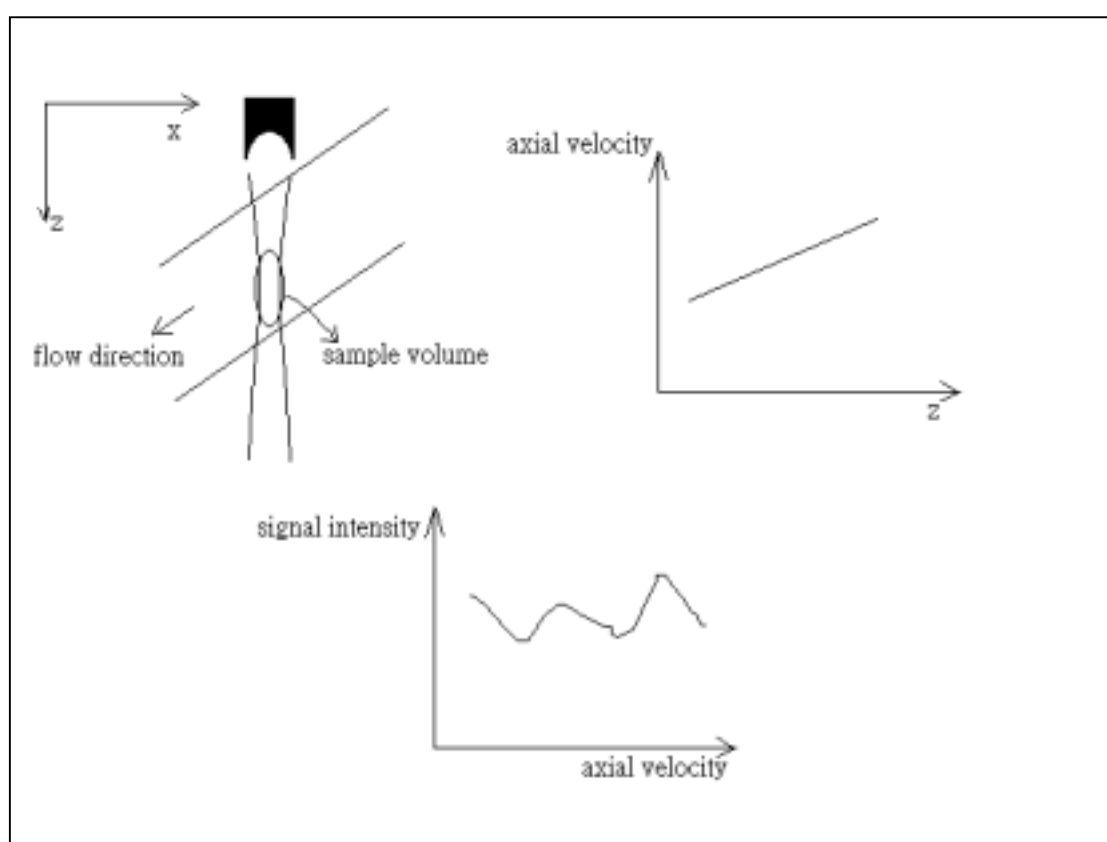


<fig2- 18>laminar flow

而由於超音波取樣範圍 (sample volume) 的大小有限，我們所求得的速度是取樣範圍內各速度取其信號的強度為權重所

平均的結果，並不僅是速度平均的結果，因此即使是不變的速度分佈，在不同的時間取樣，結果（速度）也將因為散射體散射的能量分佈不同而有所不同，這樣的變異和流速本身是沒有關係的，而是由於散射體（紅血球）的分佈所造成的結果

<fig. 2-19>，在取樣範圍內速度沿著 z 軸增加（圖右上），而散射強度沿著 z 軸也有隨機的分佈（圖下），因此取樣範圍的速度等於速度以散射強度為權重的平均結果。

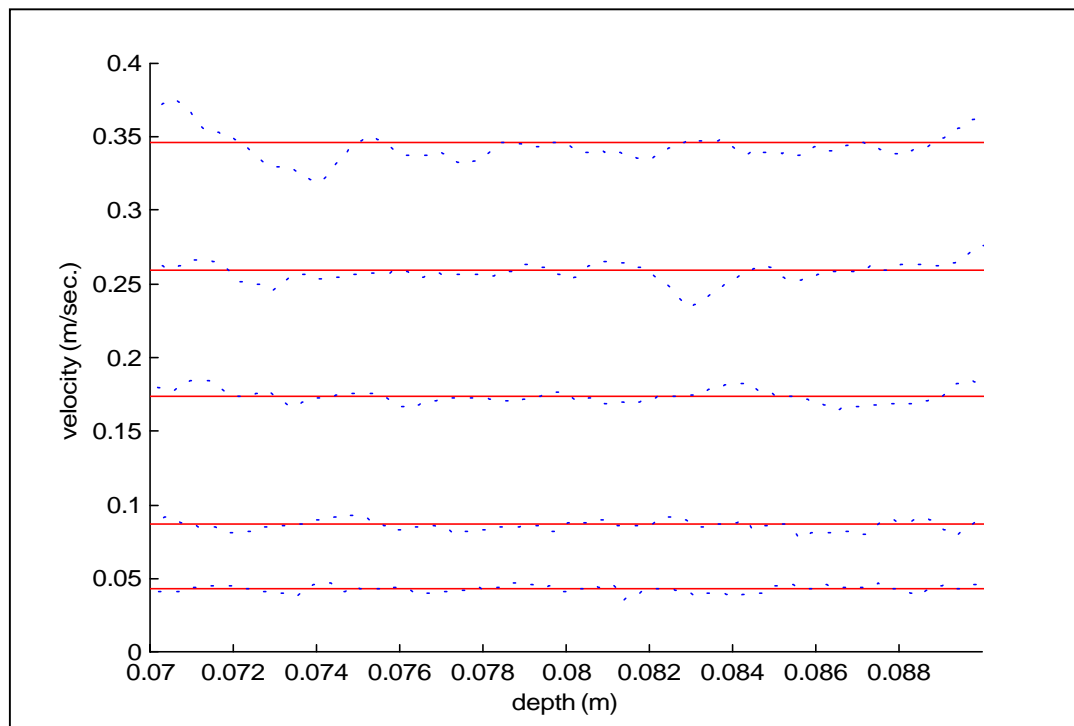


<fig2- 19>散射強度分佈

上一段所提到的因為取樣範圍內的速度的散射強度權重不同所造成的速度變異，在流速分佈完全是常速時應該就不存在了，但利用第三章中的模擬方法，模擬常速分佈的血流，結果如 <fig. 2-20>，實線為模擬所設定的速度，虛線為利用 auto-correlation 所計算出來的軸向速度，即使所設定的速度為常

速分佈，並且不加入任何雜訊，所量測的速度仍然會有一定的變異，這是因為超音波信號固有的 speckle 效應[1]，當我們拿間隔 PRI 的信號求取其相位差以作為速度計算的基準時，由於接收到的信號並非如兩個有一定相位差的正弦波，在取樣範圍內，因為軸向的位移，兩次發射的信號間有部分信號是不相關的，而這僅是考慮軸向位移的情況，若再加上橫向的速度分量，則進入取樣範圍內的不相關信號所佔比例將更高，這就是為什麼在完全沒有雜訊的情況下，速度的計算仍有誤差的原因。

總結以上關於軸向速度計算的討論，在流體中計算軸向速度時，結果將會受到三項因素的影響而有所誤差：SNR、相關程度降低、以及不同速度所受到不同的信號強度加權的影響。



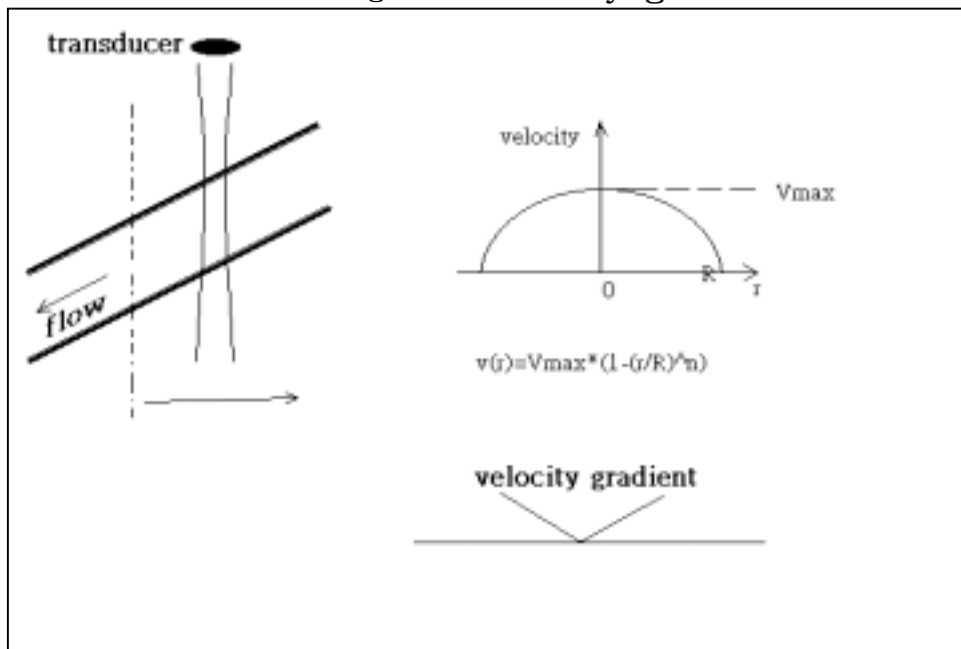
<fig2- 20>軸向速度的誤差

三、速度變異

3-1 簡介：

在人體中，血液在某一血管中的流速並不是均勻一致的，就算在最穩定的情況下 (laminar flow) <fig. 3-1>，血流的速度也會隨與管壁距離的不同而有所差異，而這樣子的流速分佈會對於為了求取橫向流速而做的計算，如相關係數，造成相當的影響。因此在驗證了常速分佈的散射體橫向速度可以利用相關係數的降低以及利用 cross correlation 消除軸向速度對相關係數的影響求出後，我們將同樣的計算方法應用到模擬所產生的 laminar flow 及流體的實驗中所取得的超音波信號上，以驗證同樣的方法能否應用在較為常見的情況中，也就是散射體的速度分佈並非常速，而是在有變異(速度梯度)的情況下，velocity gradient 即為速度對位置空間的微分。

<fig3- 1>velocity gradient



3-2 模擬：

為了分析速度的變異對於超音波信號相關係數的影響，並避免系統雜訊、擾流等因素的干擾，我們首先以模擬的方式進行研究。

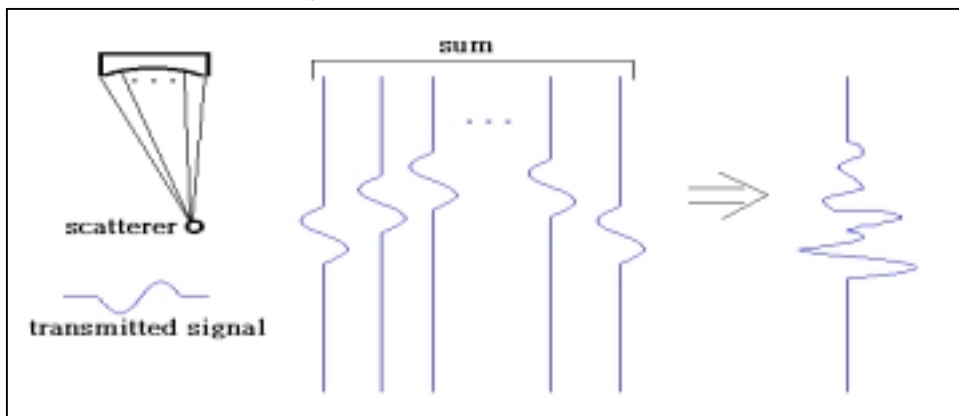
3-2-1 模擬方法：

我們利用了[14]中所提到的模擬方法來模擬血流速度具有 gradient 的情況下超音波的信號，模擬的方法如下：

主要的原理是將一個單一探頭視為許多點的組合，在決定了中心頻率、頻寬等信號特性後，便決定出發射的信號<fig. 3-2>，對於探頭上的一個點而言，某一個散射體 j 所散射而被探頭上點 i 所接收的信號的信號 $x_i(t)$ 將只是發射信號的時間延遲版本，並且在信號強度上加上與距離成反比的權重和散射體本身的強度權重：

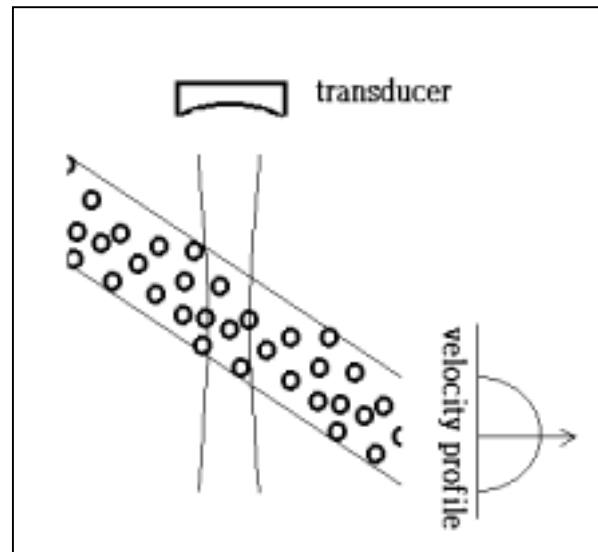
$$x_i(t) = s(j) * \frac{t_x(t - \frac{2r}{c})}{r}$$

其中 $s(j)$ 表示散射體 j 的散射強度， $t_x(t)$ 表示發射信號， r 為散射體與點 i 的距離， c 為聲音的行進速度。



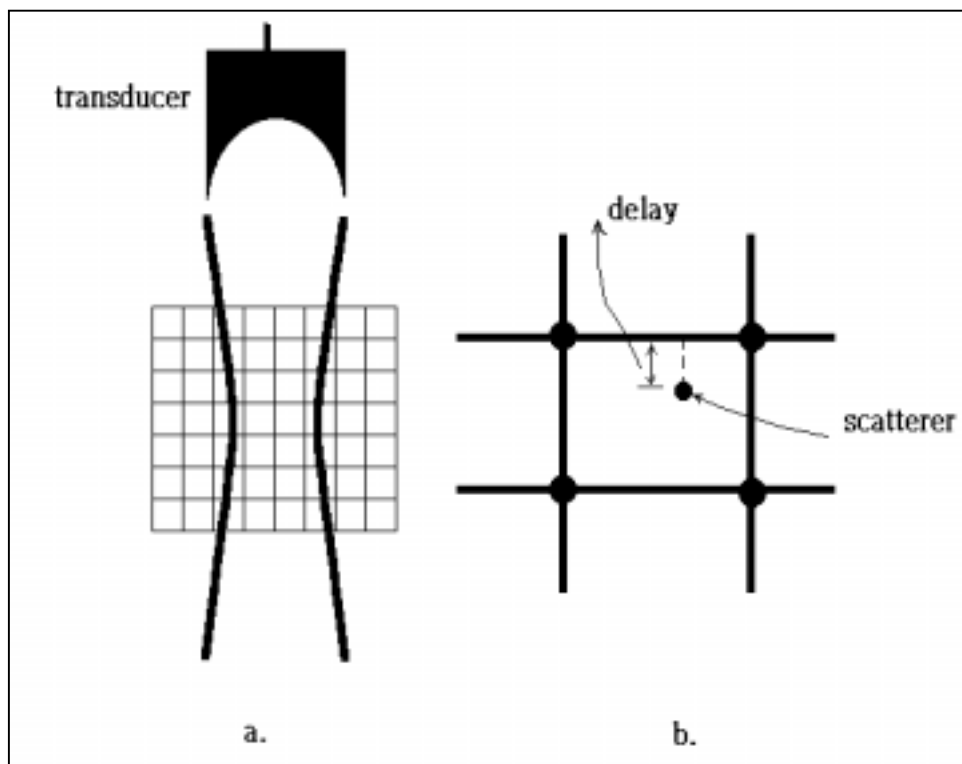
<fig3- 2>模擬示意圖-1

由於探頭的形狀，探頭上不同的點相對於同一個散射體的時
間延遲將有些微的差異，將這些點所收到的信號相加，便得到
了整個探頭對於某一特定位置的散射體所收到的超音波信號；
接下來便是假設許多均勻分佈的散射體，將他們的反射信號相
加便是我們模擬的信號<fig. 3-3>。



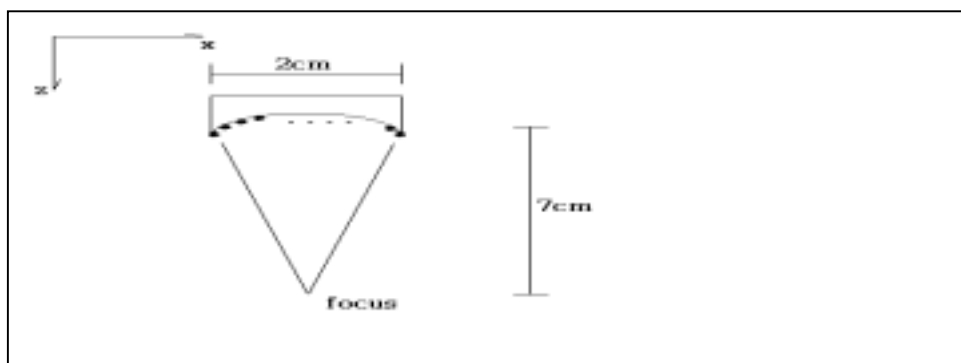
<fig3- 3>模擬示意圖-2

而為了加速模擬的進行，在實際操作時，流程並不完全如上面所說；依照參考資料[14]中的作法，我們首先建構出一個矩陣<fig. 3-4a>，將這些位置上的散射體所產生的超音波信號先行計算並儲存起來，接著當需要散射體在空間中某一點的信號時<fig. 3-4b>，由於超音波的信號對於散射橫向些微的位移並不敏銳，我們便找出在矩陣中最接近該點的信號，查表得到其超音波信號，計算時間上應有的相位變化將之補償後，便得到了空間中任一點的超音波信號。

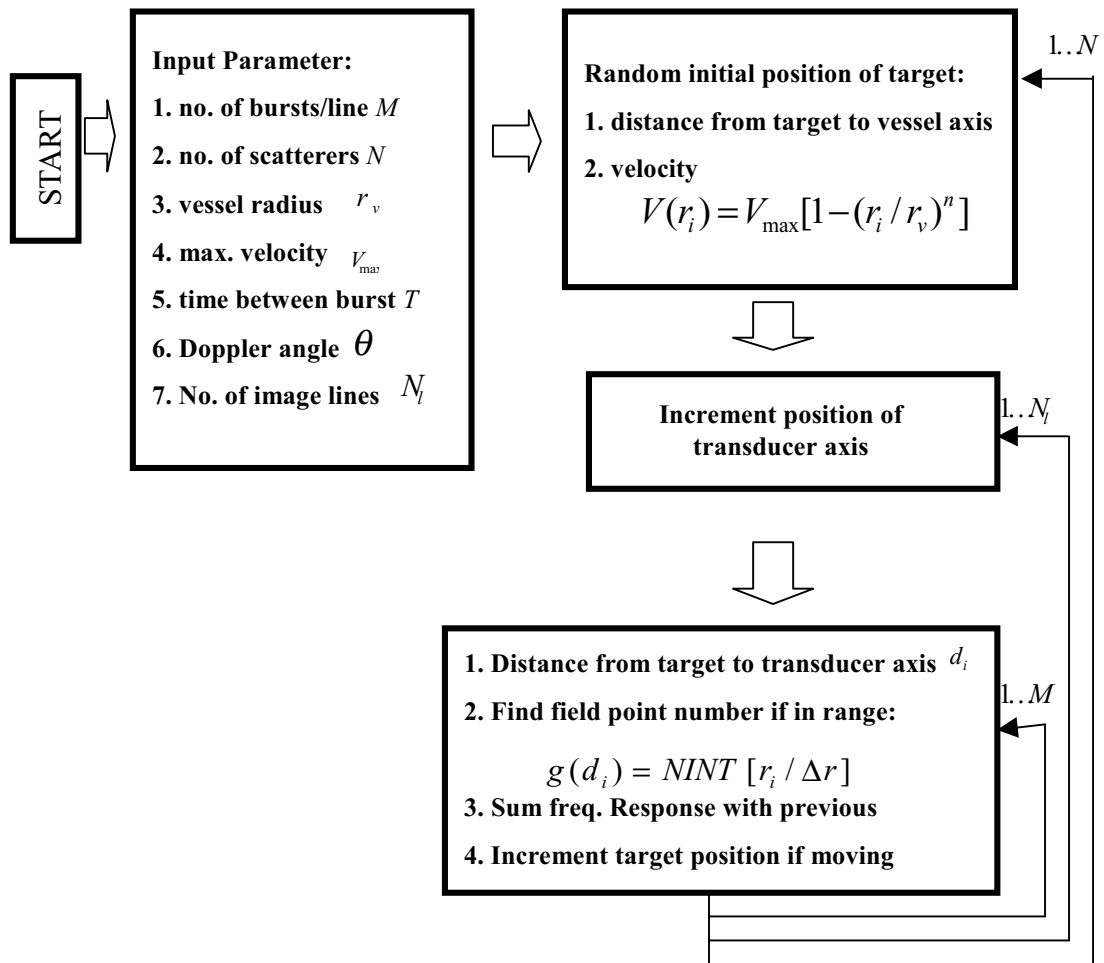


<fig3- 4>模擬示意圖-3

我們假設二維的探頭，座標系統如<fig. 3-5>，探頭中心頻率為 5MHz，發射信號為頻寬 30%的 gaussian pulse，探頭上發射(接收)點的分佈以四分之一波長為間隔，焦距 7 公分，血管中心置於聚焦點，血管半徑 4mm.，取樣範圍內散射體數目約為 10，取樣頻率為 20MHz，詳細的流程如<fig. 3-6>。

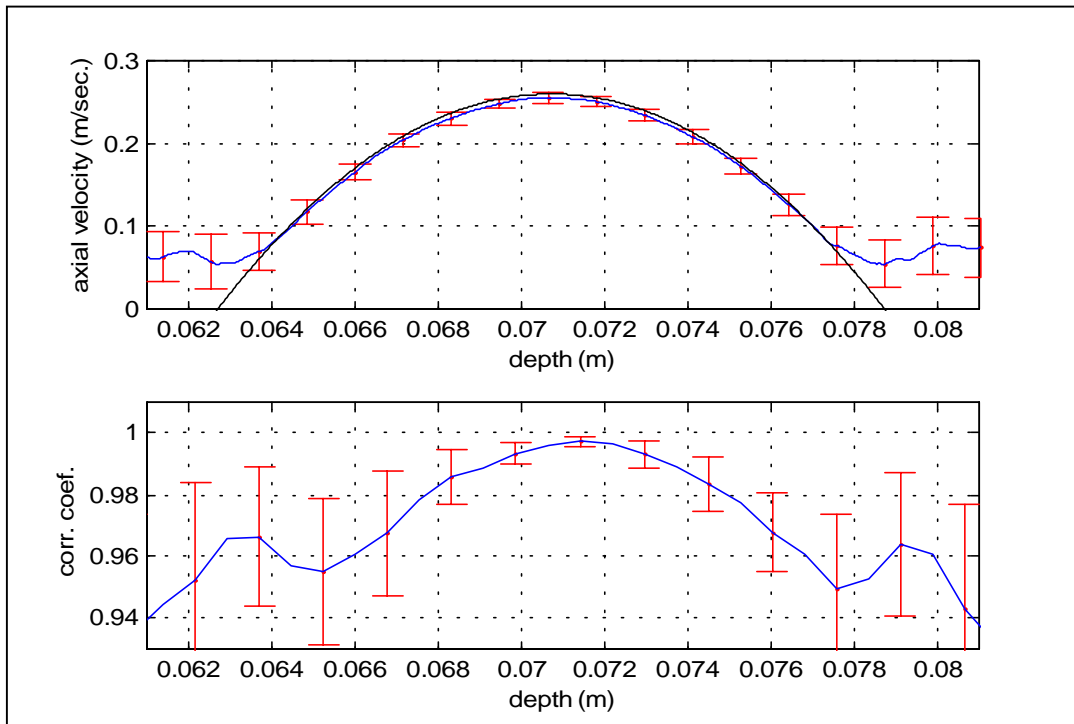


<fig3- 5> 模擬示意圖-4

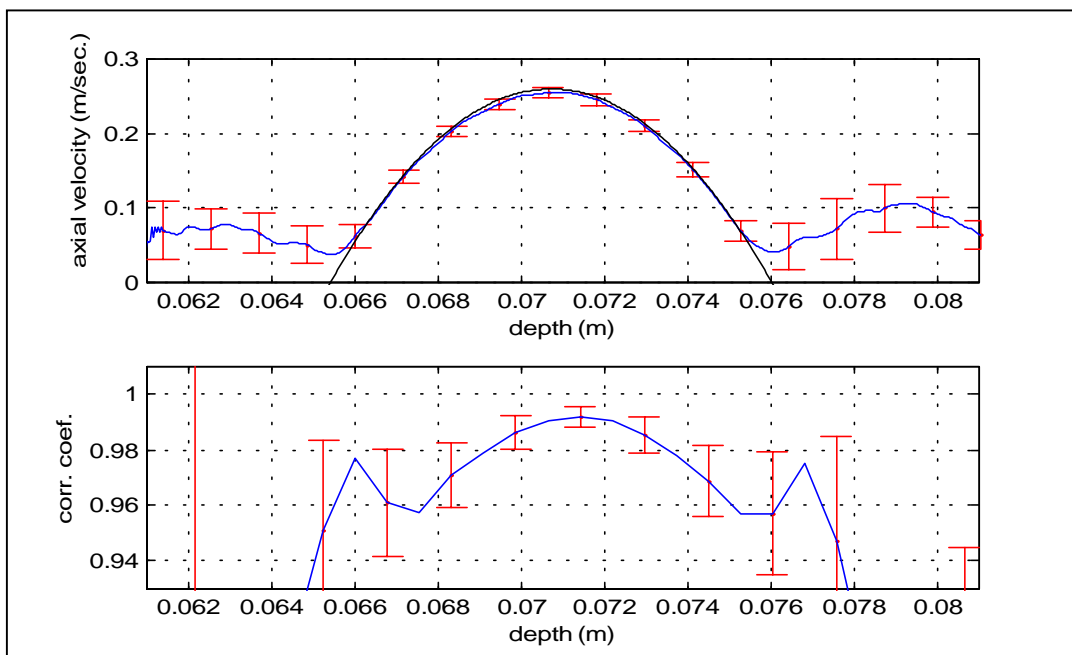


<fig3- 6>模擬流程圖

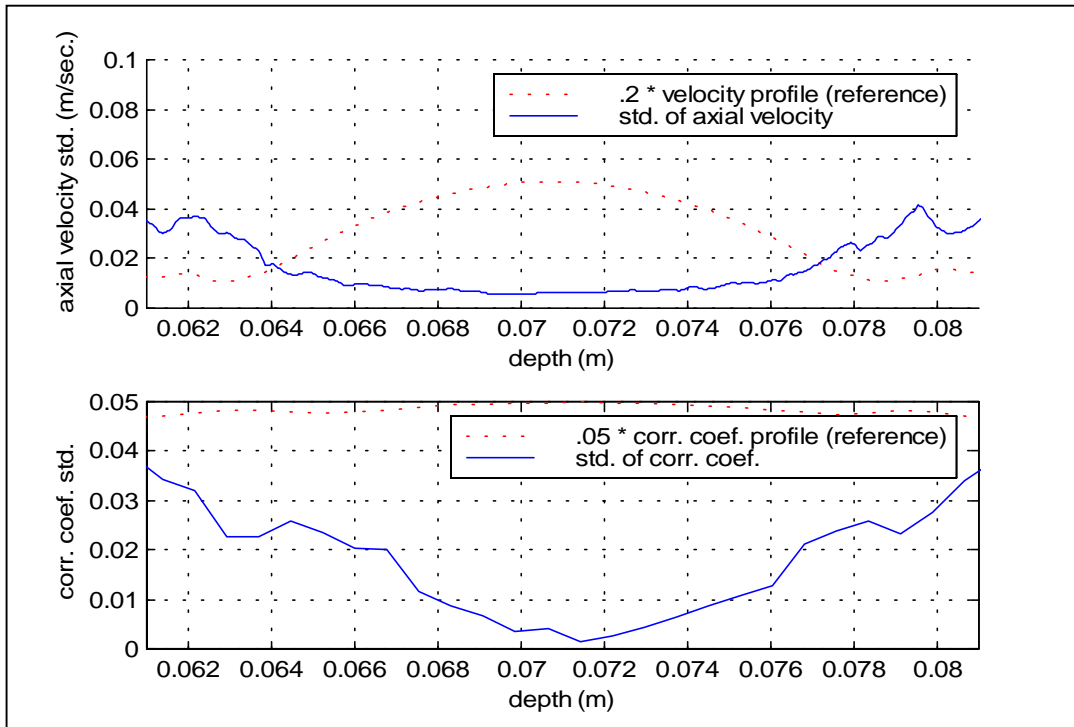
3-2-2 模擬結果：



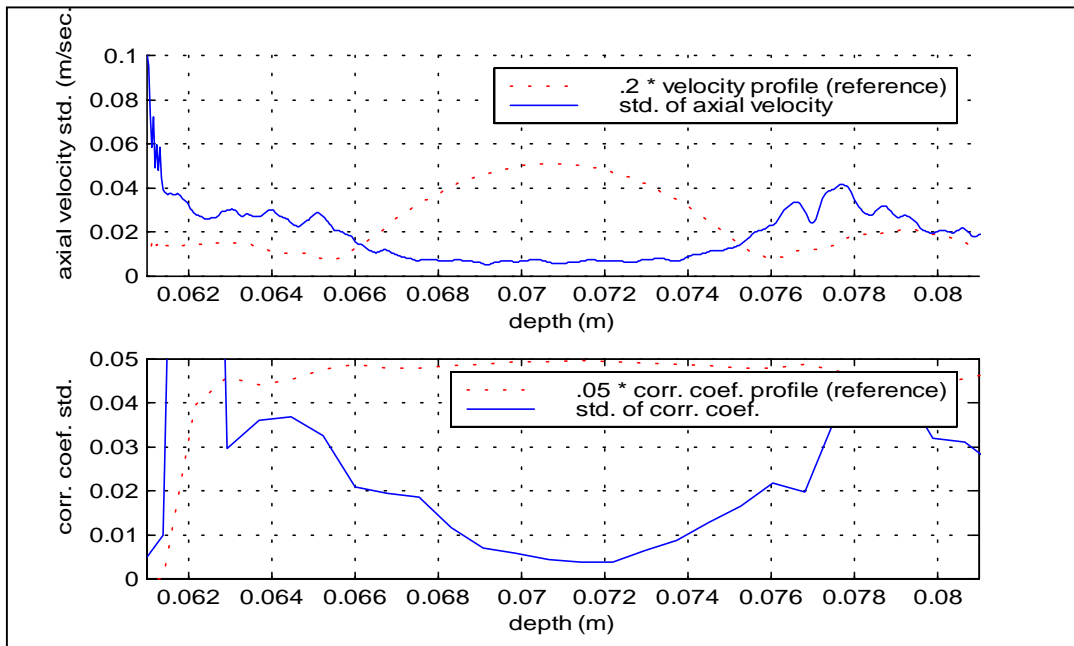
<fig3- 7>模擬結果：軸向速度與相關係數



<fig3- 8>模擬結果：軸向速度與相關係數



<fig3- 9>模擬結果：速度與相關係數之標準差

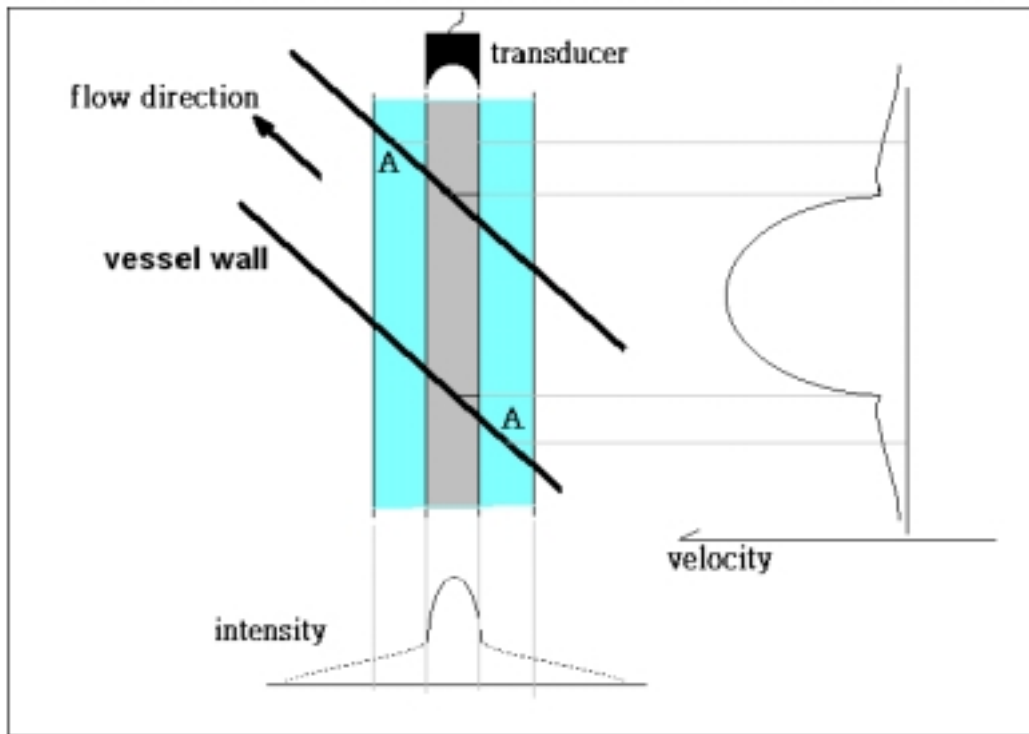


<fig3- 10>模擬結果：速度與相關係數之標準差

<fig. 3-7>與<fig. 3-8>為 100 次模擬的結果，圖片上方為軸向速度的平均值與正負一倍標準差的誤差，圖片下方則為相關係數的平均值與標準差，二者的血管半徑均為 4mm.，<fig. 3-7>的最大流速與 Doppler angle 分別為 30cm/sec. 與 30°、速度分佈(velocity profile)的階數為 2，而<fig. 3-8>的流速與 Doppler angle 分別為 39.7cm/sec. 與 49°、速度分佈(velocity profile)的階數為 2；因此兩組模擬的軸向速度皆為 26 cm/sec.，而橫向速度分別為 15cm/sec. 與 30cm/sec.，圖中二次曲線為軸向速度的理論值，由圖中可以看出，速度的分佈對於軸向速度的計算並不會造成太大的影響，在接近管壁的部分，速度誤差較大的原因是：在模擬時，我們並不將管壁速度為零的信號加入，而只模擬血管中具有流速的信號，由<fig. 3-11>中可看出，因為超音波的聲場分佈在橫向為有限大小，因此當血管與軸向的夾角小於九十度時，超音波聲場較弱的部分 (side lobes)，會將圖中標示 A 部分的血液信號散射回來，在這些部分由於超音波聲場的主要部分 (Main lobe) 並不會受到散射，因此信號是由 side lobes，也就是強度較弱，且相位不均勻的部分所主導，在一般的系統中，這樣強度過小的信號會在高通濾波(Wall filter)之後的血液訊號選取中被濾除，而不致造成誤解，在模擬這部分的信號處理，我們並沒有加上高通濾波，因此在速度的表現上會出現應該沒有速度的管壁外部分卻有速度值的現象。

在相關係數的部分，依照前面章節公式的推導與實驗的驗證，在不考慮速度變異所造成的影響下，利用 cross correlation 所找出的相關係數，應隨著橫向速度的增加而降低，也就是在我們模擬的設定中，在越靠近血管中央的位置所求出的相關係數應該有越低的值，然而在這兩組模擬中所表現出來的結果，

卻與理論相反，在管壁中央的位置，其相關係數反而是最高的，



<fig3- 11>速度分佈的異常

而在模擬中，與前章節不同處僅在於速度的分佈變異(velocity gradient)，因此速度的變異對於相關係數的計算的影響是不能夠被忽略的，在模擬中由於所使用的速度分佈的階數為2，因此其變異的大小，也就是速度分佈對位置之微分，在血管中央為0，而在遠離血管中央時以線性增加，因此模擬的結果也顯示了，離血管中央越遠的位置，雖然其橫向速度較小，但由於gradient的增加，相關係數越低。

因此，在速度的變異存在的情況下，如果要以相關係數的降低來作為橫向速度計算的參數，就必須將速度分佈對於相關係數的影響考慮進去，雖然越陡峭的速度分佈會造成越大的相關係數降低是無庸置疑的，但是想要對血液的流速作定量的分析，在橫向速度的測量方面，就也需要做到定量的量測，因此對於各種不同的速度分佈，都必須要有方法利用超音波所得到的信

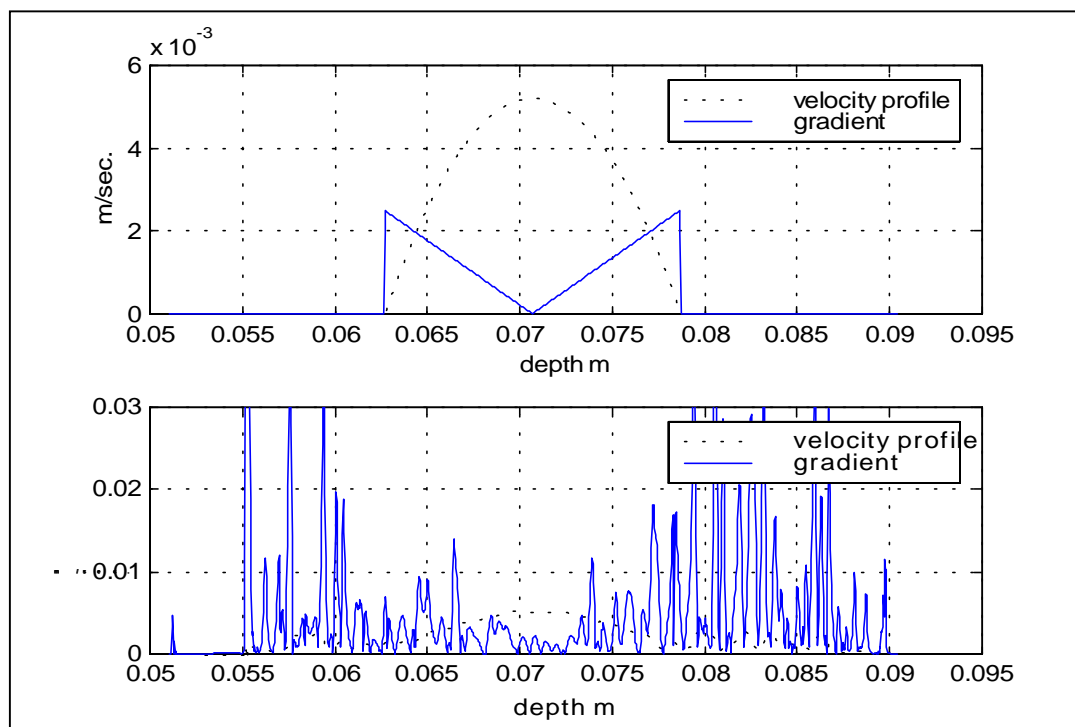
號將其影響去除，對速度的定量量測才有意義。

在<fig. 3-9>與<fig. 3-10>中，將以上兩組模擬在軸向速度與相關係數在 100 次計算中的標準差分別表示出來，在軸向速度方面，由前面章節的討論可知，在速度變異幾乎為 0 的血管中央部分，其速度量測的誤差來自於超音波的 speckle 效應以及橫向速度所產生的信號變化，在靠近血管中央的很大一段範圍內，速度量測的誤差量(以標準差表示)都差不多，由此可知在模擬的速度變異大小下，軸向速度的計算受到速度分佈的影響並不大，直到相當靠近管壁，也就是速度的變異值(gradient)較大時，軸向速度量測的標準差才稍微增加。

在相關係數的標準差方面，很明顯的可以看到，在越靠近管壁，也就是速度變異的量越大的位置，對於相關係數的計算就會有越大的誤差，雖然其標準差都在 0.005~0.03 的範圍內，但由<fig. 3-7、3-8>中我們發現，在血管中央，也就是橫向速度最大、為 25cm/sec.，且幾乎不受速度變異影響的情況下其相關係數的平均值也有 0.99 以上，在速度較低時相關係數將更高於 0.99，也就是橫向速度使相關係數降低的程度，約在 0.01 以下，則雖然標準差只有 0.005~0.03，相對於我們想要量測的參數：橫向速度所造成的相關係數降低，這樣的標準差顯然太高，因此雖然在本文中並無法提出速度分佈(velocity gradient)對相關係數影響的公式推導，但以速度變異所造成的相關係數量測的標準差來看，即使能以公式將相關係數受速度變異的影響去除，由於結果的標準差過高，需要做許多的平均才能得到有意義的數值，因此將仍不能為即時系統所應用。

此外，由於軸向速度相當容易求得，且依照前面討論，軸向速度受到速度變異的影響也不大，因此軸向速度的變異或可被用來推導公式，以期去除速度變異對相關係數的影響，然而由

於軸向速度仍會受到超音波 speckle 及橫向速度的影響，因此要利用量測得到的軸向速度求速度分佈時，將遭遇相當大的誤差限制<fig. 3-12>，上圖為模擬所設定的軸向速度分佈與速度變異量(velocity gradient)，而下圖為利用模擬結果所計算出來的軸向速度微分所求得的速度變異量，在這樣的誤差大小下，速度變異量的計算有相當大的問題；也就是說，在速度分佈與相關係數之間關係的推導與量測上，有兩個基本的問題需要考慮：第一點就是相關係數的量測會因為速度的分佈而產生極大的計算誤差；第二點便是，欲利用軸向速度的分佈作為計算的參數時，也會有極大的計算誤差，在這兩大限制下，對於速度變異普遍存在的血液流速定量計算，便不應該以相關係數相對於橫向速度的降低作為演算法，而需要使用相關係數或軸向速度分佈的演算法，也將受到同樣的限制。



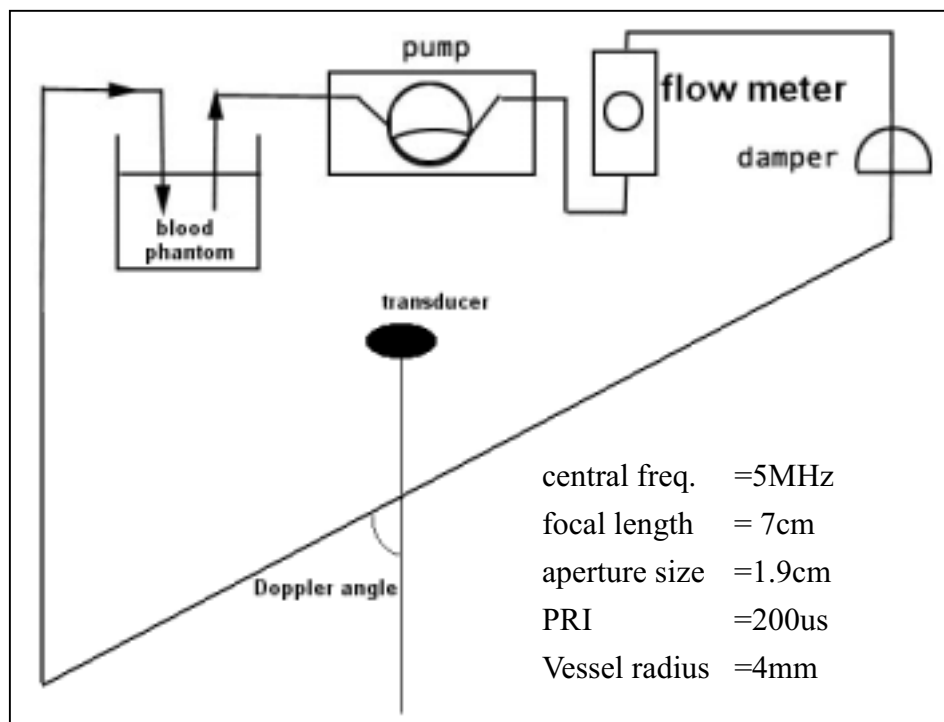
<fig3- 12>速度變異的理論值與量測值

3-3 實驗

除了前一節中的模擬，我們也利用實驗來驗證在真正的流體情況中，流速的計算與相關係數的變化是否和模擬的結果相同。

3-3-1 實驗方法：

實驗的架構如<fig. 3-13>所示：

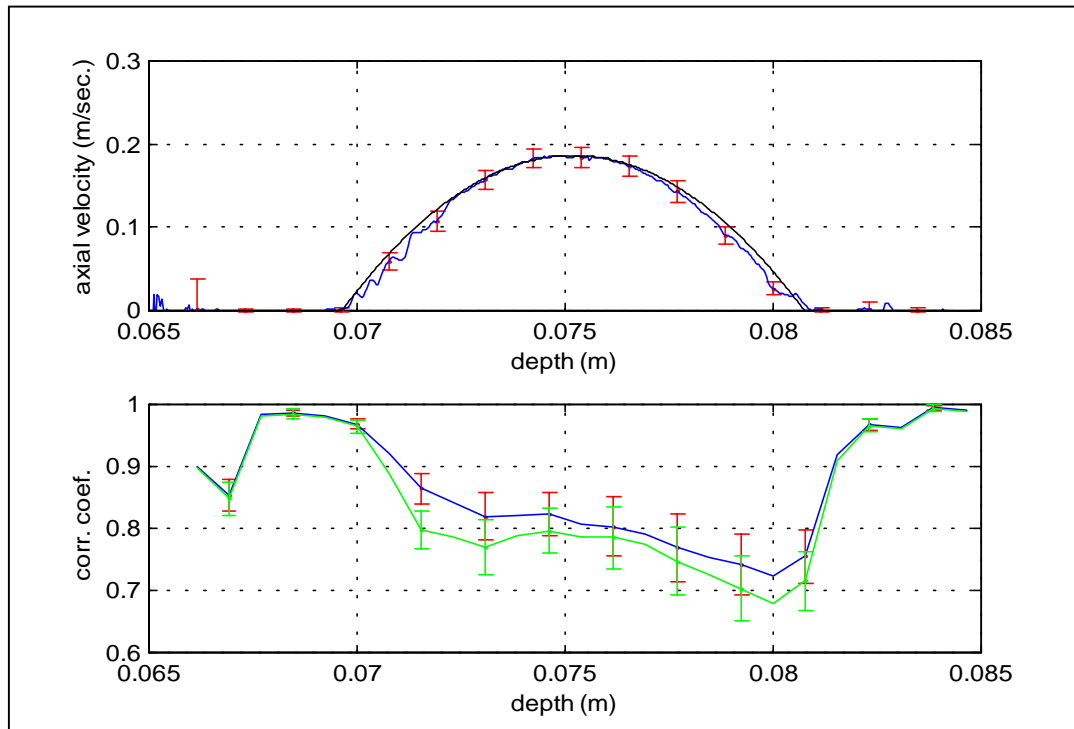


<fig3- 13>血流仿體實驗

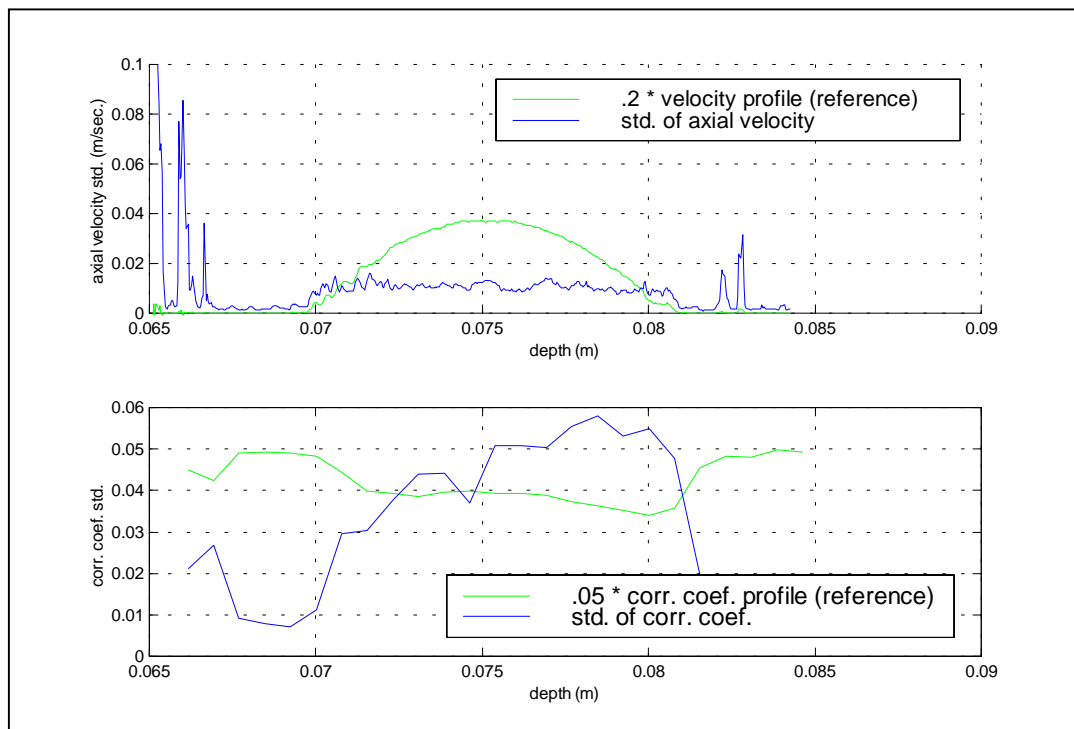
探頭的激發與資料的擷取與第二章中實驗的系統相同，而血流仿體的架構如<fig. 3-13>，利用 Cole Parmer, Model 77201-60 幫浦使血液的仿體 (Shelley Medical Imaging Technologies, BMF, blood mimicking fluid) 在 Cole Parmer, Silicone Tubing (Peroxide), L/S-18 號管中流動，而由於幫浦所產生的流動速

度並非等速，為了得到等流速，在幫浦後加了 Cole Parmer, Damper 625 E., 利用三維步進系統使探頭到達所需的位置後，利用第二章中實驗的系統取樣，PRI 設定為 $200 \mu\text{s}$ ，取樣次數為 64 次，共重複 100 次以得到足夠的分析資料，並與模擬的結果比較。

3-3-2 實驗結果：



<fig3- 14>實驗結果：速度與相關係數



<fig3- 15>實驗結果：速度與相關係數之標準差

<fig. 3-14>上圖為軸向速度 100 次實驗的平均值與標準差，下圖為相關係數的平均值與標準差；在軸向速度方面，由於我們並不能得到理論的速度分佈，在圖中的參考曲線是利用：

$$v(r) = V_{MAX} * (1 - (\frac{r}{R})^2)$$

的公式得到，其中 V_{MAX} 代入實驗所得管徑中央之最大速度 31.7cm/sec. (= 18.63/cos(54°))，R 為實驗所使用管徑 4mm.，結果相當接近，也就是說，實驗的軸向速度結果顯示，流速的分佈已相當程度地接近所謂 laminar flow 的情況。

而由於在實驗中取得的信號包含了管壁的信號，而管壁的速度為 0，因此在靠近管壁的部分不像模擬時有非 0 的速度值出現。

<fig. 3-14>下圖為利用 cross correlation 計算得到的相關係數值，相關係數較高的曲線所代表的是正常的相關係數計算結果，而相關係數值較低的曲線所代表的，是利用兩倍的 PRI 時間間隔(400 μ s.)所求出的相關係數；先不考慮 PRI 400 μ s. 的相關係數曲線，由實驗所得到的相關係數曲線並不像模擬的結果：因為 gradient 的增加，而在靠近管壁的位置有較低的相關係數，在靠近中央位置有較高的相關係數。其相關係數值明顯較模擬結果低，而且在較深的位置相關係數似乎較低，然而由軸向速度的曲線看來，較深的部分，其速度的變異程度並不會較嚴重，因此我們懷疑在實驗的系統中，信號受到除了模擬中所設定的橫向速度與速度變異之外的因素影響。觀察兩相關係數曲線間の間距可以發現，在管徑中央の間距較小，而接近管壁處の間距較大，雖然我們無法定量求出其與橫向速度和速度變異間的關係，然而這樣的結果也說明了，除去與 PRI 無關的雜訊來源所造成的相關係數降低，速度的變異對相關係數的影響的確大於散射體橫向的速度。

<fig. 3-15>中，由於雜訊和流速分佈等影響，相關係數的標準差和模擬相比較高，並且較低的相關係數將伴隨較高的計算標準差。而軸向速度的標準差則並無明顯增加，可知軸向速度的誤差來源，在本文的資料處理中(64 PRI 的平均)，speckle 的效應將比雜訊影響大。

為了說明相關係數的降低在實驗中的機制，將使相關係數降低的因素分為兩類；不管是何種因素，我們都先將使相關係數降低的因素視為『雜訊』的加入，也就是假設原本有特定相關係數的兩個信號，當分別加入雜訊後，其相關係數便會隨原本信號與加入雜訊的比例(SNR, Signal to Noise Ratio)的降低而降低，在某些特定的情況下，相關係數降低的程度可由其 SNR 計算出來：

$$\text{correlation_coeffieicnt} = \frac{E\{(S_1 - \bar{S}_1)(S_2 - \bar{S}_2)^*\}}{\sqrt{\{E(|S_1 - \bar{S}_1|^2)\}\{E(|S_2 - \bar{S}_2|^2)\}}}$$

其中 $E(\cdot)$ 表示平均(ensemble average)， S_1 、 S_2 表示兩不同信號。

$$\text{correlation_coefficient} = \frac{E(S_1 S_2^*) - \bar{S}_1 \bar{S}_2^*}{\sqrt{\{E(S_1^2) - \bar{S}_1^2\}\{E(S_2^2) - \bar{S}_2^2\}}}$$

$$\text{correlation_coefficient}' = \frac{E\{(S_1 + n_1)(S_2 + n_2)^*\} - (\bar{S}_1 + \bar{n}_1)(\bar{S}_2 + \bar{n}_2)^*}{\sqrt{\{E(|S_1 + n_1|^2) - (\bar{S}_1 + \bar{n}_1)^2\}\{E(|S_2 + n_2|^2) - (\bar{S}_2 + \bar{n}_2)^2\}}}$$

$$\text{correlation_coefficient}' = \frac{E\{S_1 S_2^* + S_1 n_2^* + S_2^* n_1 + n_1 n_2^*\} - (\bar{S}_1 + 0)(\bar{S}_2 + 0)^*}{\sqrt{\{E(S_1^2 + 2S_1 n_1 + n_1^2) - (\bar{S}_1 + 0)^2\}\{E(S_2^2 + 2S_2 n_2 + n_2^2) - (\bar{S}_2 + 0)^2\}}}$$

$E(S^*n) = E(S) * E(n) = 0$ (if S and n are independent)

$$\text{correlation_coefficient}' = \frac{E\{S_1 S_2^*\} - \bar{S}_1 \bar{S}_2^*}{\sqrt{\{E(S_1^2) + E(n_1^2) - \bar{S}_1^2\}\{E(S_2^2) + E(n_2^2) - \bar{S}_2^2\}}}$$

在超音波信號中，我們可假設信號平均強度相等： $E(S_1^2)=E(S_2^2)$

且雜訊之平均強度亦相等： $E(n_1^2)=E(n_2^2)=(1/SNR^2)*E(S_1^2)$

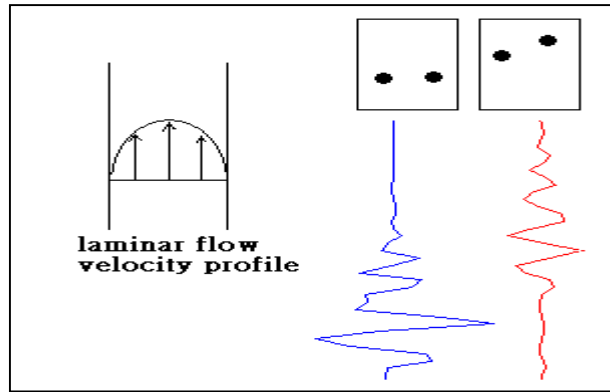
$$correlation_coefficient' = \frac{E\{S_1 S_2^*\} - \bar{S}_1 \bar{S}_2^*}{\sqrt{\left\{E(S_1^2) + \frac{1}{SNR^2} E(S_1^2) - \bar{S}_1^2\right\} \left\{E(S_2^2) + \frac{1}{SNR^2} E(S_2^2) - \bar{S}_2^2\right\}}}$$

$$correlation_coefficient' = \frac{E\{S_1 S_2^*\} - \bar{S}_1 \bar{S}_2^*}{\sqrt{\left\{(1 + \frac{1}{SNR^2})E(S_1^2) - \bar{S}_1^2\right\} \left\{(1 + \frac{1}{SNR^2})E(S_2^2) - \bar{S}_2^2\right\}}}$$

假設接收的信號對稱於 0。(或在處理前將 DC 濾除)： $E(S)=0$ ，則

$$correlation_coefficient' = correlation_coefficient * SNR^2 / (1 + SNR^2)$$

前面所提到的兩種使相關係數降低的因素，第一類為與血流參數有關的雜訊；例如目標散射體橫向的移動，當時間過的越久，原來的散射體移出取樣範圍的比例就越高，也就是 SNR 越低；或是速度變異所造成的影響：速度的變異對超音波信號之所以造成影響，可視為散射體間的相對位移，當速度的分佈一致，所有的散射體以相同的速度移動時，彼此間的相對位移為 0，當速度的分佈不一致時，不同的散射體間便會出現相對的位移，這對於超音波信號將產生影響<fig. 3-16>：

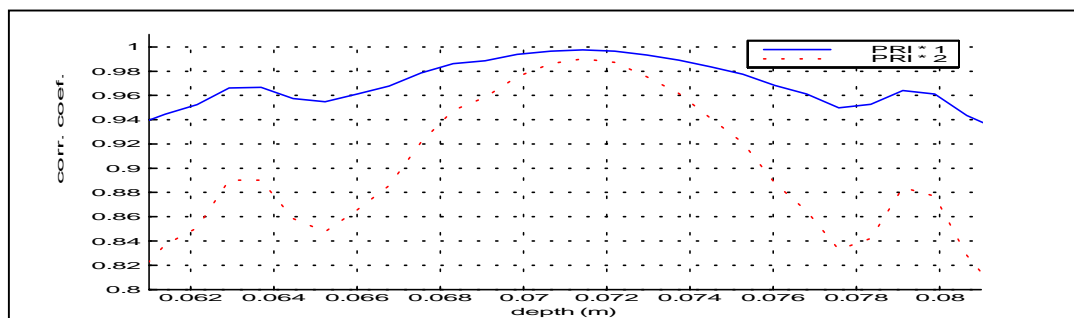


<fig3- 16> 散射體間相對位移

而隨著時間的增加，散射體間相對的位移也將增加，信號與信號間的相關係數也將更加降低，而這些因素對相關係數所造成的影響都是與 PRI 有關的。

而第二類就是與 PRI 無關的因素，例如系統雜訊或一定程度以上的擾流...等；系統的雜訊對於超音波信號的影響並不會隨時間的增加而改變，而夠大的擾流，由於其在短時間（一倍 PRI）內，便將影響範圍內的超音波信號完全改變了，其機制正如雜訊，並不因為時間的增加而使信號有更大的改變。

接下來便說明為什麼我們判斷實驗的信號受到不隨 PRI 改變的因素影響，在<fig. 3-14>中，以 $400 \mu\text{s}$. 時間間隔所做出來的相關係數曲線和原本以 $200 \mu\text{s}$. 時間間隔所做出來的相關係數曲線相比較，在經過一倍的時間後，信號間相關係數所降低的量完全不成比例，以模擬的資料做同樣的比較<fig. 3-17>：



<fig3- 17> 模擬結果：時間對相關係數的影響

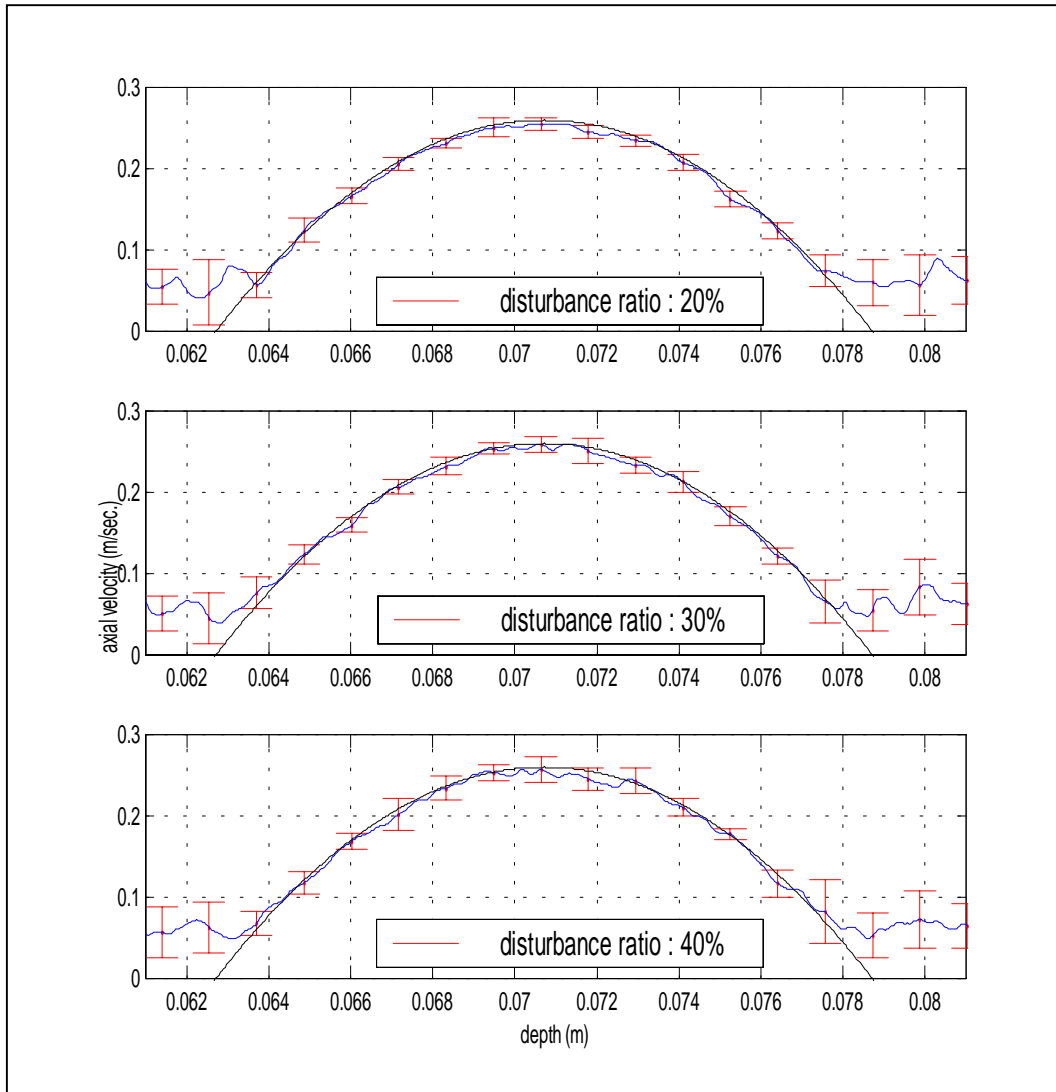
在模擬的資料中因為沒有任何雜訊或擾流的存在，因此其所有使相關係數降低的因素都屬於第一類(與 PRI 有關)，400 μ s. 時間間隔之信號間的相關係數曲線，與 200 μ s. 時間間隔之信號間的相關係數曲線相比之下，下降的量約為兩倍，而至於相關係數下降的量不會正好是 2 倍的原因，是由於這些使相關係數降低的因素，其與相關係數降低量之間的關係並非恰為線性；也就是在模擬的資料中可明顯看出相關係數的降低與時間之間的關連性。然而在實驗的資料中，200 μ s. 時間間隔與 400 μ s. 時間間隔所造成的相關係數降低卻相差無幾，若假設某組相關係數因 time dependent 因素而降低的量與時間成正比，在 200 μ s. 與 400 μ s. 時的相關係數分別為 0.95 與 0.9，並設 time independent 之影響信號間相關係數的訊雜比為 2，依照前述公式：

$$\text{correlation_coefficient}' = \text{correlation_coefficient} * \text{SNR}^2 / (1 + \text{SNR}^2)$$

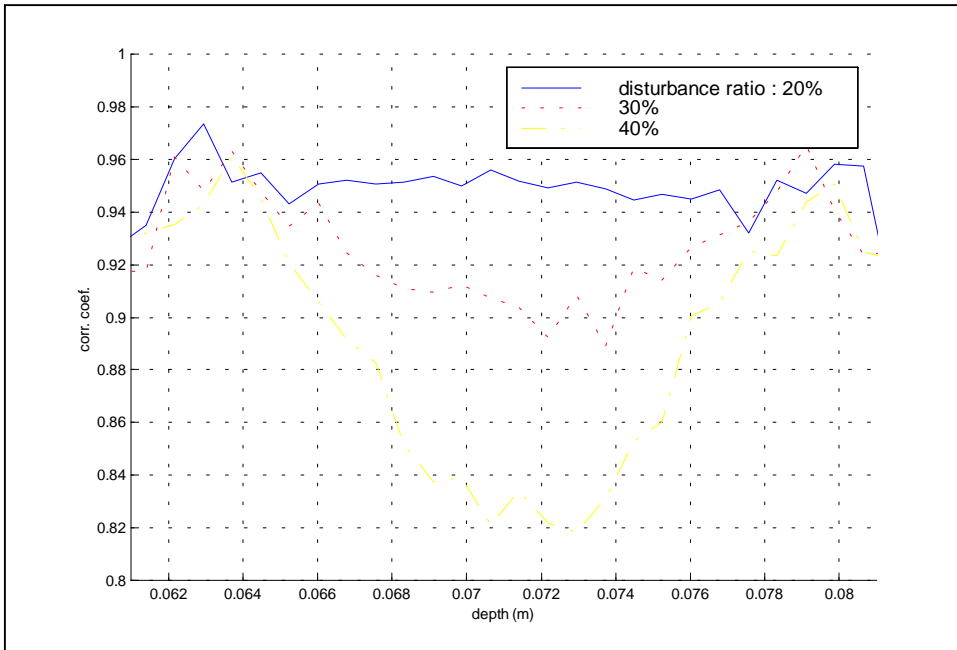
則相關係數將降低為原來的 0.8 倍，由原來的 0.95、0.9 降低為 0.76、0.72，如此一來原來相關係數降低量的比例即由 1 : 2 (0.05:0.1) 改變為 6 : 7 (0.24:0.28)，這和我們實驗所得到的結果相當類似，因此我們判斷在實驗的信號中受到不隨時間改變的因素影響，其中關於系統雜訊的部分無庸置疑的會造成如此結果(由前述公式推導可知，像系統雜訊這樣直接就是雜訊的影響，對信號相關係數的影響理應如同公式結果，因此不更加討論之)，而我們也嘗試在模擬的系統中加入擾流的影响，方法是：在模擬過程中，散射體經由和血管中央的距離決定速度(laminar flow formula)並移動後，再以該速度一定比例的速度大小及任意方向(擾流形式： $v'(r) = v(r) + \text{ABS}(v(r)) * u$ ， u 為 random direction unit vector)，移動至另一位置，依照比例的不同來模擬不同程度的擾流對血流的影響，重複模擬 10 次以求其平均及標準差；結果如<fig. 3-18~3-20>，在軸向的速度量測方

面，即使我們將擾流的大小增加到原始速度的 40%，其平均仍相當接近理論值，而標準差則上升。這個結果再一次證明了軸向速度的量測對於各種干擾的抵抗能力。而在相關係數方面，在<fig. 3-19>中可以發現，相關係數的確隨擾流比例的大小增加而降低，而由於我們所設定的擾流形式為：速度越大的位置擾流越大，因此在血管中央的相關係數下降得較多，接下來看時間間隔分別為 200 μ s. 與 400 μ s. 的信號間相關係數的情形<fig. 3-20>，圖中由 20%~40%的擾流所產生的結果，都和模擬的情況類似：兩倍的時間間隔造成兩倍左右的相關係數降低；因此由我們所設定的這種擾流形式，是屬於與 PRI 有關的類型。

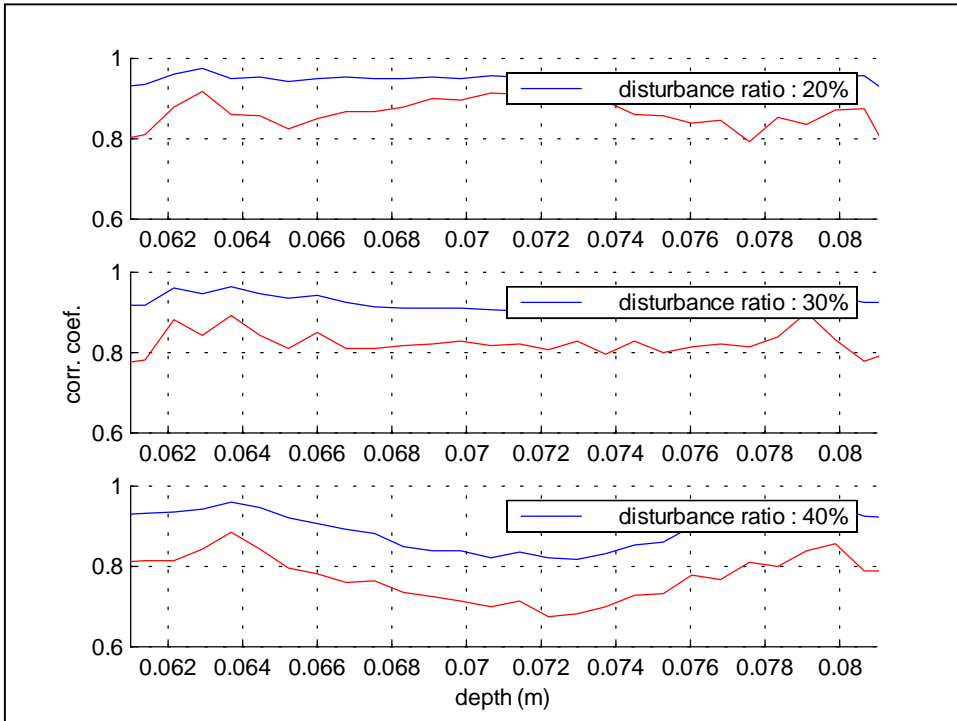
利用實驗資料中管壁的信號，我們可以計算出系統雜訊的大小，與管中血液仿體的信號強度比較，其 SNR 約為 3.3，利用前述公式，這樣的 SNR 對相關係數所造成的影響應為： $SNR^2 / (1+SNR^2) \doteq 0.93$ ，而實際上相關係數的降低明顯大於此，並且在軸向速度對稱於管徑中央的情況下，相關係數曲線並不對稱於管徑中央，因此除了系統雜訊外，血液仿體的流速分佈、散射特性等，也造成了實驗結果的相關係數降低。我們計算了實驗資料的信號強度<fig. 3-21>，由圖中可以看到深度較淺處的信號強度較大，若以固定的系統雜訊，則 SNR 在深度較淺處較大，這與相關係數在深度較淺處下降程度較少相對應。而不論何種因素，其對於相關係數的影響都不能被忽略，因此欲利用相關係數作為流速或任何其他參數的基礎，在實際應用上必須做非常詳細的分析，否則運算的結果將缺乏可信度。



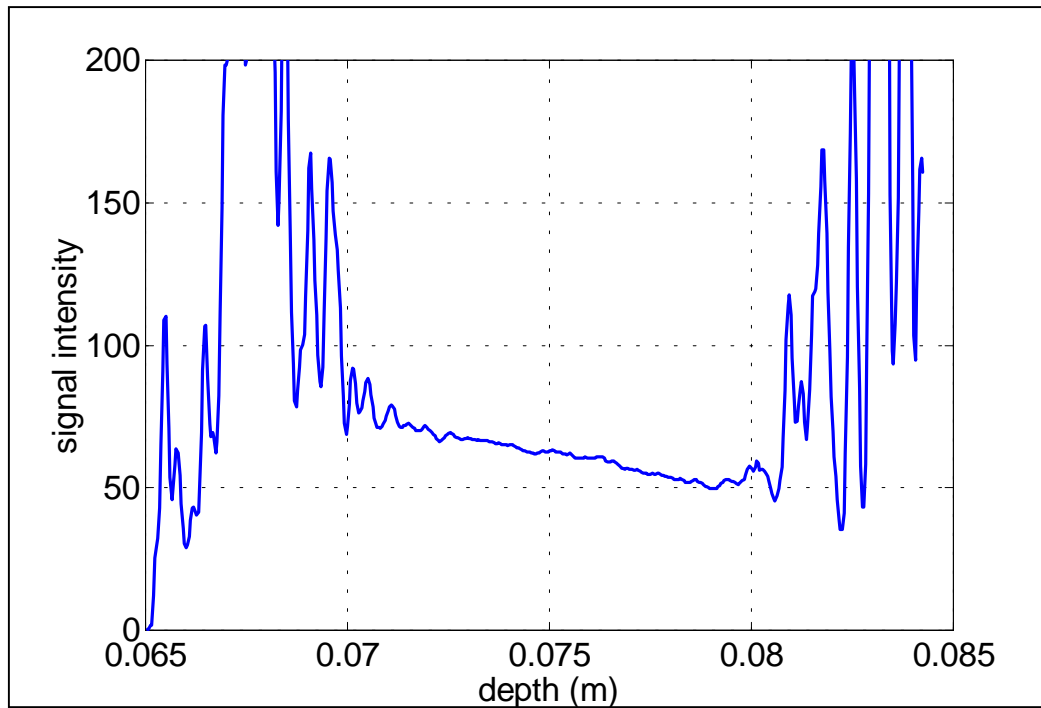
<fig3- 18>擾流對軸向速度量測之影響



<fig3- 19>擾流對相關係數量測之影響-1



<fig3- 20>擾流對相關係數量測之影響-2



<fig3- 21>信號強度

3-4 討論

在模擬的情況下，我們得以將影響計算結果的因素限制在我們想要觀察的範圍中，在本文中我們所關注的重點是速度的變異對超音波流速量測的參數如軸向速度及相關係數的影響，我們並且將速度變異的形式，限定為穩定的二階 laminar flow。

模擬的結果主要有四個重點：第一、軸向速度的量測受橫向速度及速度變異的影響(laminar flow)甚小，不僅速度的平均量測結果與理論值極為接近，所量測速度的標準差也不因為 gradient 的增加而有明顯的改變。第二、相關係數的量測在二階 laminar flow 的情況下受 velocity gradient 影響的程度較軸向速度大許多，而截至目前為止，在已發表的文獻中尚無去除速度變異對相關係數影響的方法。第三、相關係數計算的標準差也深受 gradient 的影響；對於嘗試利用相關係數與流速間關聯性以定量流速計算而言，第三點是比第二點更嚴重的限制，對於第二點來說，方法可能是存在的，只是還沒有被發掘出來，然而第三點則完全的否定了利用相關係數與流速間關聯性以定量流速計算的在即時演算法應用上的可行性，因為由 gradient 所引起之計算的標準差，大於因橫向速度所造成的結果，這表示任何利用相關係數的計算，如果要得到有意義的結果，必須使用大量的平均。第四、對傳統的都卜勒演算法，小範圍內軸向速度的梯度(gradient)無法即時經由量測得到，這是因為軸向速度的計算有其誤差存在，在小範圍內的速度變化，受到這個誤差的影響比受到真正流速影響的程度要大許多。

利用實驗可以讓我們驗證模擬結果的可信度，並得到在模擬中也許被忽略而在實際情況中卻難以避免的種種因素的資訊。

同樣的，實驗的結果也有四個重點：第一、對於軸向速度的

計算，即使在擾流與雜訊存在的情況下，仍能保持相當小的標準差。第二、在擾流與雜訊存在的情況下，相關係數的計算面臨更大的問題，相關係數的平均值與標準差都將因為更多的雜訊加入而變得更難掌握（平均降低、標準差提高），在原本必須去除的速度 gradient 影響之外，又加上了新的變數。第三、影響相關係數的因素可分為兩大類-『與 PRI 有關』和『與 PRI 無關』兩類，我們以公式推導了與 PRI 無關的雜訊對於相關係數的影響，並發現它與實驗結果的一致性。第四、對於特定形式的擾流（如前文中所模擬），其歸類屬於『與 PRI 有關』的因素；也就是說，實驗結果所表現的，若不僅是因為系統的雜訊所造成的影響，便還有其他模擬所沒有考慮的因素存在。

四、結論

由於血流的定性、定量分析對於心血管異常、肝、腎功能等的診斷具有相當的重要性，因此超音波彩色都卜勒影像成為許多相關科目診療的重要工具，然而不管為了要正確定量血流的速度甚或血流量，傳統超音波血流影像所仰賴的演算法都會遭遇到速度量測僅能反映出軸向分量的問題，在本文中我們嘗試利用血液橫向位移對超音波信號間的相關係數所產生的影響做橫向速度分量的量測，結果證明了僅靠相關係數並無法在人體充滿速度變化的環境中獲得足夠的能力以計算出橫向的血流速度。相關係數幾乎受到所有的因素影響，只有在完全排除某一特定因素以外的所有干擾後，才有可能找到相關係數與該特定因素間的穩定關係。

在速度固定的環境下，相關係數的確能與橫向速度產生良好的互動關係，然而計算的信號長度、平均的次數多寡、內插的使用與否...等，仍是影響計算結果的重要因素，而這些因素隨著系統的不同，也將產生不同程度的影響，對於演算法而言，能夠以系統的參數決定出計算結果的統計特性，如標準差、誤差等是重要的，雖然相關係數的想法無法運用在血流速度的定量量測上，但或許對於速度變異不大的其他情況，這個方法能有極大的幫助，因此把系統參數對於相關係數的影響定量化，將會是未來需要做的工作之一。

於分析相關係數在速度量測的應用過程中，軸向速度量測的演算法展現出相當驚人的強健性，顯示對於各種可預期的干擾（速度變異等）、不可預期的干擾（擾流、雜訊等），軸向速度的量測均能維持一定的計算正確性與穩定性，反之如相關係數的計算，便無法抵抗各種干擾所造成的影響，由於人體的活動

非常複雜，各種干擾絕不可能消失，因此在往血流定量量測的路上前進時，對於參數的選擇必須要有能夠面對雜訊、干擾的限制，否則即使在實驗室的儀器精確控制下的環境中，能夠有滿分的表現，無法實施於複雜環境（人體）下的演算法不能稱為完整的演算法。目前應用於速度定量量測（橫向速度、角度量測）的許多演算法中，有部分是直接利用量測得的軸向速度，或以量測軸向速度的原理為基礎，他們也許在抗干擾的能力上會有較好的表現。

在實驗的分析中，影響相關係數的因素分為兩類，其中與時間無關的因素，其對於相關係數的影響能以公式推導出結果，因此利用不同時間間隔的信號作分析，在一定的限制下，能夠找出不隨時間改變的影響因素。

在模擬速度分佈（velocity gradient）的分析中，決定相關係數無法用來作為計算橫向速度分量之參數的重點，並不是因為速度的變異使相關係數降低，而是速度分佈造成相關係數的不確定性（標準差）過高，雖然較大的標準差可以利用大量的平均減輕，但更多的平均代表更長的取樣時間，除了即時的能力無法達成外，較長的取樣時間也將增加目標（人體）變異的程度（心搏、呼吸...等影響），因此標準差的問題並不一定是只要平均就能解決的。

除了血液流速的量測，對於使用儀器的人而言，是否利用一項新的技術或演算法，所考慮的觀點並不是新的技術在實驗室裡能對量測帶來多大的改善，穩定而沒有意外的表現才是重點，這是我們在開發新技術時最應注意的事項。

五、參考文獻

1. 李百祺教授 “醫用超音波原理講義”
2. H. Edward Karrer and Arthur M. Dickey, “Ultrasound Imaging: An Overview”, HP journal, October 1983
3. C. Kasai, K. Namekawa, A. Koyano, and R. Omoto, “Real-time two dimensional blood flow imaging using an autocorrelation technique”, IEEE, trans. on Sonics Ultrason., vol. 32, no. 3, May 1985
4. Vernon L. Newhouse, Fellow, IEEE, Keith S. Dickerson, Student, IEEE, D. Cathignol, and J.-Y. Chapelon, ”Three-Dimensional Vector Flow Estimation Using Two Transducers and Spectral Width”, IEEE trans. On UFFC, Vol.41, No.1 January 1994
5. Peter Munk and Jorgen Arendt Jensen, “Performance of a vector velocity estimator”, IEEE ultrasonics symposium, 1998
6. Jorgen Arendt Jensen, and Peter Munk, “A New Method for Estimation of Velocity Vectors”, IEEE trans. On UFFC, Vol.45, No.3, May 1998
7. Martin E. Anderson, “Real-Time Implementation of Lateral Flow Estimation Using Spatial Quadrature”, IEEE ultrasonics symposium, 1998
8. Martin E. Anderson, “Multi-Dimensional Velocity Estimation with Ultrasound Using Spatial Quadrature”, IEEE trans. On UFFC, Vol.45, No.3, May 1998
9. Ilmar A. Hein, “Triple-Beam Lens Transducers for Three-Dimensional Ultrasonics Fluid Flow Estimation”, IEEE trans. On UFFC, Vol.42, No.5, September 1995
10. Vernon L. Newhouse, Fellow, IEEE, Dan Censor, Thomas Vontz, Jose A. Cisneros, and Barry B. Goldberg, “Ultrasound Doppler Probing of Flows Transverse with Respect to Beam Axis”, IEEE trans. On Bio.E., Vol.BME-34, No.10, October 1987
11. Pai-Chi Li and M. O'Donnell, ”Elevational Spatial Compounding”, Ultrasound Imaging 16, 1994
12. Leon A. F. Ledoux, Jean M. Willigers, Peter J. Brands and Arnold P. G. Hoeks, “Experimental Verification of The Correlation Behavior of Analytic Ultrasound Radiofrequency Signals Received From Moving Structure”, Ultrasound in Med. & Biol. Vol.24, No.9 1998
13. Katherine Whittaker Ferrara, Member, IEEE, “Effect of the Beam-Vessel Angle on the Received Acoustic Signal from Blood”, IEEE trans. On UFFC, Vol.42, No.3, May 1995
14. A. T. Kerr and J. W. Hunt, “A Method for Computer Simulation of Ultrasound Doppler Color Flow Images - I. Theory and Numerical Method”, *Ultra. in Med. & Biol.*, 1992

附錄

除了本文中對於超音波流速量測的討論，為了發展實驗室自己的即時血流影像處理系統，我們嘗試設計並評估以 DSP 做為運算核心之超音波影像系統，以下為目前成果的報告：

超音波灰階與都卜勒影像— *DSP Implementation*